ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 13 OCTOBRE 1930.

PRÉSIDENCE DE M. Léon LECORNU.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

MÉTROPHOTOGRAPHIE. — *Le Congrès et l'Exposition internationaux de Photogrammétrie à Zurich, septembre* 1930. Note de M. **Georges Perrier**.

La *Métrophotographie*, science des applications de la photographie aux mesures métriques, est d'origine toute française. C'est notre confrère, le colonel Laussedat (1819-1907), qui, au milieu du siècle dernier, utilisa le premier la photographie aux levés topographiques, et fut ensuite toute sa vie l'apôtre de procédés dont la nouveauté n'était pas sans effrayer les topographes attachés à leurs méthodes classiques.

Comme malheureusement souvent en pareil cas, l'invention du colonel Laussedat s'est trop longtemps heurtée chez nous à l'indifférence, tandis que les procédés métrophotographiques prenaient un grand développement à l'étranger. Aujourd'hui, leur emploi s'étend à toutes les branches de l'art de l'ingénieur civil ou militaire.

La photographie stéréoscopique, dont l'utilisation avait été prévue par Laussedat, la photographie aérienne, qu'un autre Français, Nadar, eut le premier, en 1854, l'idée d'utiliser en ballon captif, et qui, employée par l'aviation, a joué un rôle si considérable pendant la grande guerre, ont fourni l'une et l'autre à la Métrophotographie de nouveaux et puissants moyens d'action. Cette science prend aujourd'hui un essor considérable, dont un récent Congrès international, doublé d'une Exposition, a apporté de multiples témoignages. A cette occasion, notre pays est entré dans un mouvement dont il s'était trop longtemps désintéressé.

Une Société internationale de Métrophotographie, ou plutôt de *Photogrammétrie*, car tel est le terme le plus souvent employé à l'étranger, avait été constituée il y a une vingtaine d'années par l'initiative de deux Sociétés nationales, l'une allemande, l'autre autrichienne, qui lui avaient donné la forme d'une Fédération de Sociétés nationales. Elle tint son premier Congrès à Vienne, en 1913. Mais cette organisation s'était relativement peu étendue. Après un second Congrès à Berlin, en 1926, les dirigeants de la Société internationale (1) ont pensé que l'heure était venue d'élargir les statuts de la Société internationale, pour provoquer la formation du plus grand nombre possible de Sociétés nationales et leur affiliation à la Société internationale.

Tel était le principal objet du Congrès international de Photogrammétrie qui s'est tenu à Zurich du 5 au 8 septembre dernier dans les magnifiques locaux de l'École polytechnique fédérale, Congrès dont l'organisation, parfaite sous tous les rapports, est l'œuvre de la Société suisse de Photogrammétrie et notamment de son président et de son secrétaire, MM. Baeschlin et Zeller.

Le Congrès a arrêté les statuts définitifs de la nouvelle Société internationale, dont le texte primitif, préparé par la Société suisse, avait fait l'objet de propositions d'amendement de la part des Sociétés allemande et espagnole. Le président et le secrétaire de la Société sont élus par chaque Congrès et choisis dans le pays où doit se tenir le Congrès suivant. La périodicité des Congrès n'est pas rigoureusement fixée, elle est en principe de 4 ans. Dans les Assemblées de la Société internationale, chaque Société nationale dispose d'un nombre de voix augmentant avec le nombre de ses propres membres : 2 voix jusqu'à 50 membres, et une voix de plus pour chaque cinquantaine de membres complète ou seulement commencée.

La Société qui représente la France au sein de la Société internationale est la Société française de Photographie (2) dont une Section, dite *Section Laussedat*, s'occupe spécialement de Métrophotographie.

Le tableau suivant indique les Sociétés nationales adhérant à l'heure actuelle à la Société internationale, leurs nombres de membres et les nombres de voix correspondantes :

Allemagne, 266 membres, 6 voix; Autriche, 80, 2; Espagne, 140, 3; France, 101, 3; Hongrie, 84, 2; Lettonie, 24, 0; Norvège, 17, 0; Pologne, 104, 3; Suède, 60, 2; Suisse, 75, 2.

(1) Président : M. Eggert, secrétaire : M. Kœrner (de Berlin).

(2) 51, rue de Clichy, actuellement présidée par notre Confrère, M. Helbronner.

Les travaux scientifiques du Congrès de Zurich ont été confiés à un certain nombre de Commissions dont les décisions les plus importantes ont été ratifiées en Assemblée générale. Voici leur liste et les noms de leurs présidents :

Commissions : N° 1, *Photogrammétrie terrestre, Topographie*, M. Dock (Autriche). N° 2, *Aérographie, redressement*, M. Roussilhe (France). N° 3, *Mensurations stéréoscopiques de plans aériens, appareils de restitution*, M. Eggert (Allemagne). N° 4, *Triangulation des plans aériens et juxtaposition des plans se faisant suite*, M. Baeschlin (Suisse). N° 5, *Mensuration radiographique et stéréométrique*, M. Hasselwander (Allemagne). N° 6 *a*, *Photogrammétrie des constructions et ouvrages d'ingénieurs*, M. Torroja (Espagne). N° 6 *b*, *Détermination de corps solides dans l'espace*, M. Ween (Norvège). N° 7, *Prix de revient*, M. Kruttschnitt (Hongrie). N° 8, *Instruments, optique, normes*, M. Cassinis (Italie). N° 9, *Plaques et films*. M. Odencrants (Suède). N° 10 *a*, *Enseignement dans les Universités et les Instituts scientifiques*, M. Buchholtz (Lettonie). N° 10 *b*, *Formation du personnel technique pour l'aérophotogrammétrie*, M. Ivanceanu (Roumanie). N° 11 *a*, *Aviation d'aérophotogrammétrie*, M. Weigel (Pologne). N° 11 *b*, *Navigation*, M. Petrik (Tchécoslovaquie).

L'Exposition installée à l'occasion du Congrès renforçait, pour les spécialistes, l'intérêt présenté par celui-ci. Elle occupait un grand nombre de salles de l'École polytechnique. 102 exposants appartenant à 17 pays avaient répondu à l'appel de ses organisateurs. Un pays, il faut le reconnaître, y occupait une place prépondérante, l'Allemagne, dans lequel particulièrement nombreux sont les constructeurs d'appareils de prise de vue, de redressement et de restitution, ainsi que les Services publics ou Sociétés particulières exécutant des levés photographiques pour le compte de l'État ou d'entreprises privées. Les expositions suisse et autrichienne présentaient également un intérêt spécial.

La Section française, groupant 32 exposants, occupait quatre grandes salles. Le Conservatoire des Arts et Métiers, dont le colonel Laussedat a été longtemps directeur, la ville de Moulins, où il est né, avaient envoyé à Zurich une série de documents historiques relatifs à la vie et aux travaux de cet illustre précurseur. On voyait aussi l'appareil de redressement de M. Roussilhe, les appareils de restitution automatique Poivilliers et Ferber. Des panneaux présentaient les levés photographiques exécutés par le Service géographique de l'Armée, le Service du Cadastre de Syrie (M. Duraffourd), la Compagnie Air-Orient (en Indochine), etc. Tous ces appareils et documents sont de nature à faire espérer chez nous une heureuse extension des travaux métrophotographiques, auxquels nos colonies offrent un champ d'action illimité.

Ayant été président de la Commission qui depuis le mois de février dernier a préparé, à la Société française de Photographie puis, au Ministère du Commerce, la participation de la France au Congrès et à l'Exposition, j'ai eu l'honneur de présider la délégation française à Zurich qui se composait de 22 membres, parmi lesquels les représentants officiels des départements suivants : Agriculture, Air, Colonies, Commerce, Finances, Guerre, Instruction publique (Conservatoire des Arts et Métiers), Marine et Travaux publics.

Le Congrès avait à décider la date et le siège du Congrès suivant. Sur une suggestion de M. Lioré, président de la Chambre syndicale des Industries aéronautiques, que j'avais transmise au Ministre de l'Air, et qui avait reçu la complète approbation de celui-ci, j'ai invité la Société internationale de Photogrammétrie à tenir son prochain Congrès et sa prochaine Exposition à Paris, en 1934. L'invitation a été acceptée à l'unanimité. Il est permis d'espérer que l'annonce de ce Congrès et de cette Exposition sera un sérieux stimulant pour tous nos constructeurs et pour tous nos Services publics ou entreprises privées utilisant les applications métriques de la photographie.

Tous les appareils et documents présentés par la France à Zurich seront exposés du 15 au 25 octobre au Conservatoire national des Arts et Métiers, sur l'initiative de son directeur, M. Gabelle, qui a été frappé à Zurich même de leur intérêt. Cette exposition sera comme un hommage rendu à juste titre à la mémoire du colonel Laussedat dont le souvenir est encore vivant au Conservatoire.

BIOLOGIE. — *Observations concernant la parthénogénèse et la spanandrie chez les Trichogrammes.* Note de M. **P. Marchal.**

J'ai précédemment signalé sous le nom de *Trichogramma cacœciæ* une forme particulière de Trichogramme qui, bien que voisine du *Trichogramma evanescens*, en diffère par son dimorphisme saisonnier, ainsi que par d'autres caractères morphologiques et biologiques définis (¹).

(¹) Je rappelle que la désignation de la première forme sous un nom nouveau a eu pour but principal de faciliter l'exposition des faits. Mais il est possible que les progrès de la systématique démontrent que cette race se rattache à une espèce plus anciennement nommée telle que le *T. fasciatum* de Mokrzecki, remarquable par sa thélytoquie.

Je rappellerai seulement que l'habitat des deux formes dans une même localité est essentiellement différent et que la reproduction parthénogénétique thélytoque, liée à un pouvoir de dispersion très restreint, est la règle chez *T. cacæciæ*, tandis que la bisexualité et l'arrénotoquie des femelles non fécondées caractérisent le *T. evanescens*.

Chez la première forme, des mâles peuvent cependant apparaître de temps à autre. C'est ce phénomène de l'extrême rareté des mâles (spanandrie) (¹) dont nous chercherons, dans le cas actuel, à préciser les conditions.

Ainsi qu'il en est fait mention dans ma Note du 29 août 1927, je n'avais pu observer jusque-là qu'un seul mâle de *T. cacæciæ* au cours de trois années d'élevage portant sur des centaines d'individus originaires d'Antony (Seine). Depuis cette époque, j'ai pu, à diverses reprises, constater des apparitions sporadiques de mâles dans la descendance de souches types de cette espèce, ainsi que chez une race se rattachant au *T. cacæciæ* et originaire de la Creuse (²). L'observation concernant cette dernière race présente, au point de vue des conditions d'apparition de ces mâles exceptionnels dans les lignées thélytoques, un intérêt particulier. J'en donnerai donc ici les traits principaux : Les premiers Trichogrammes de la lignée sont éclos au début d'avril 1927 de deux pontes d'un Microlépidoptère indéterminé récoltées à Evaux (Creuse), sur tronc de Cognassier, au cours du mois de septembre 1926. Depuis cette époque, j'ai continué à élever cette race dans des pontes de Noctuelles, de Tortricides ou d'Ephestia, et j'ai obtenu jusqu'ici 28 générations successives (³), dont la deuxième fut sacrifiée à l'exception d'un seul individu, de façon à obtenir par la suite une lignée pure. Or, jus-

---

(¹) J'ai pour la première fois en 1911 employé le nom de spanandrie pour désigner le phénomène de la disparition du sexe mâle ou de son extrême rareté dans une génération qui est spécialisée pour la reproduction bisexuée et qui succède à un cycle régulier de générations parthénogénétiques, comme cela se présente chez certains Aphides du genre Chermes (*Comptes rendus*, 153, 1911, p. 29). Depuis le sens du mot spanandrie a été étendu par Vandel à tous les cas d'apparition exceptionnelle des mâles dans des lignées se reproduisant par parthénogénèse (1922). C'est dans ce sens élargi que nous employons ici cette désignation.

(²) Signalée dans ma dernière Note (*Comptes rendus*, 185, 1927, p. 523), elle est remarquable par sa teinte jaune vif, surtout pour les générations d'été et par son microptérisme post-hivernal plus irrégulier et moins accentué que celui de la forme type.

(³) Il ne s'agit, bien entendu, que de lots expérimentaux correspondant aux diverses générations.

qu'aux lots de 12ᵉ génération, toute la lignée ne comporta que des femelles représentées par des milliers d'individus. Ce ne fut que dans le cours de la troisième année, à la fin du mois d'avril 1929, dans un lot correspondant à la 13ᵉ génération et comportant de très nombreuses femelles que j'aperçus le premier mâle de cet élevage. Réduit à une taille minuscule, de teinte notablement plus grise que les femelles, avec des ailes incomplètement développées, il resta très peu actif et ne montra aucune tendance à l'accouplement. A la fin des mois de juillet et d'août 1930, dans deux lots correspondant à la 26ᵉ et à la 27ᵉ génération de la même lignée, je pus encore constater au milieu de très nombreuses femelles la présence de deux mâles dans le premier cas et celle de trois mâles dans le second. De plus, ces mâles, de teinte plus grise que les femelles, étaient normalement développés et plusieurs accouplements furent observés.

Malgré le nombre très restreint des mâles, le fait qu'ils se présentaient dans deux générations successives pouvait donner à penser que peut-être ceux de la 26ᵉ avaient eu quelque influence sur la détermination sexuelle de ceux de la 27ᵉ. Les trois mâles de la 27ᵉ génération furent en conséquence utilisés pour apporter une précision sur ce point. Ils furent placés dans un tube où le nombre des femelles avait été limité à neuf et où deux accouplements d'apparence tout à fait normale furent ensuite constatés. Ne pouvant reconnaître avec certitude parmi les neuf femelles celles que j'avais vues antérieurement s'accoupler, je les répartis toutes sous des désignations spéciales dans six tubes et de telle façon que cinq de ces tubes contenaient isolément une des plus grosses femelles, tandis que le sixième contenait les quatre plus petites groupées en un même lot [1]. Puis, chaque tube fut approvisionné d'eau miellée et d'œufs de Noctuelles (obtenus en captivité), de façon à obtenir isolément la progéniture des lots ainsi constitués. Or, pour tous les lots, cette progéniture fut exclusivement formée de femelles, au nombre de 56, 59, 29, 59 et 43 respectivement pour les cinq premiers tubes contenant chacun une femelle d'assez grosse taille et au nombre de 52 pour le sixième tube contenant le lot des quatre petites femelles [2]. Ainsi, bien que deux des femelles précédentes se fussent cer-

---

[1] Les femelles dont j'avais constaté l'accouplement se distinguaient des autres par une taille plus forte et c'est pourquoi les cinq estimées les plus grosses furent réparties isolément dans des tubes distincts. Néanmoins, pour plus de sûreté je mis aussi en observation les quatre plus petites mais en les groupant dans un même tube.

[2] Le nombre restreint des descendants de ces quatre femelles s'explique surtout par la quantité trop faible des œufs de Noctuelles mis à leur disposition et par les piqûres trop nombreuses que ces œufs durent subir.

tainement accouplées antérieurement et dans des conditions apparues comme normales, le caractère de leur progéniture n'en fut pas modifié et la reproduction resta conforme au mode de la reproduction thélytoque.

Dans le cas qui nous occupe, malgré l'accouplement, les spermatozoïdes n'arrivent donc pas à déterminer une réelle fécondation de l'œuf, qui se développe alors par parthénogénèse. Le sexe mâle se manifeste ainsi dans la lignée thélytoque avec un caractère rudimentaire et infonctionnel et l'on se trouve en présence d'un phénomène de même ordre que celui qui a été signalé par Pantel chez certains Phasmes (*Dixippus morosus*). Comme le fait remarquer Vandel, la sexualité mâle apparaît alors comme une sorte de monstruosité et résulte sans doute d'une anomalie chromatique survenant au cours de la maturation de l'œuf. Il n'est pas impossible pourtant que dans d'autres lignées de *Trichogramma cacæciæ* ou de formes du même type, puissent se rencontrer des femelles effectivement fécondables et qui, en cas de fécondation, deviennent productrices de mâles [1]. C'est ce que tend à démontrer une de mes observations malheureusement restée isolée. J'ai obtenu, en effet, après l'hiver, d'une ponte de *Cacæcia* trois *Trichogramma cacæciæ* microptères dont deux étaient femelles et un mâle. Or, la seconde génération (réduite par suite du petit nombre d'œufs de Tortricide mis à la disposition des femelles) se composa exclusivement de cinq mâles. Étant donnée l'extrême rareté des mâles chez *T. cacæciæ*, cette apparition formée de cinq Trichogrammes de ce sexe dans une génération succédant à un mâle déjà apparu dans la génération précédente ne peut manquer d'attirer l'attention. Si d'autres observations semblables pouvaient être faites, elles seraient de nature à montrer qu'il peut exister, tout au moins dans la génération microptère post-hivernale, des femelles fécondables et que la fécondation de leurs œufs détermine la sexualité mâle de leur progéniture.

J'ai utilisé d'autre part les mâles exceptionnels de *T. cacæciæ* (race jaune d'Evaux) pour compléter mes expériences destinées à savoir si le croisement de *T. cacæciæ* avec *T. evanescens* était possible. J'avais déjà démontré antérieurement [2] que le croisement *T. cacæciæ* ♀ × *T. evanescens* ♂ apparaissait comme impossible et que, malgré des accouplements dûment constatés, les œufs de *T. cacæciæ* n'étaient pas fécondés et continuaient à se développer parthénogénétiquement suivant le mode thélytoque de l'espèce. Il restait à voir ce qu'il adviendrait, si l'on essayait de réaliser le croisement

---

[1] D'après de Sinéty, ce cas se présente chez certains Phasmes (*Leptynia attenuata*).

[2] *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 522.

inverse : *T. evanescens* ♀ × *T. cacæciæ* ♂. Les rares mâles de *T. cacæciæ* (race jaune d'Evaux) que j'ai obtenus cette année m'ont permis sur ce point de compléter mes observations. Elles portèrent sur des femelles de *T. evanescens* éclos d'œufs de Noctuelles qui avaient été préalablement parasités par cette espèce puis renfermés isolément dans des tubes. Après l'éclosion, chaque tube renfermait de 1 à 3 individus sortis d'un même œuf de Noctuelle. De l'ensemble de ces tubes, 4 femelles écloses dans ceux où les mâles de *T. evanescens* étaient absents furent seules conservées et mises isolément en présence de 1 ou 2 mâles de *T. cacæciæ*. Pour deux d'entre elles des accouplements présentant toutes apparences normales furent constatés; elles furent alors, ainsi d'ailleurs que les deux autres, isolées et alimentées dans des tubes où des pontes de *Mamestra brassicæ* (obtenues en captivité) furent mises à leur portée pour recevoir leurs propres œufs. Or, les femelles des quatre tubes ainsi préparés se comportèrent exactement comme si elles n'avaient subi le contact d'aucun mâle et les œufs se développèrent conformément à la règle de l'espèce en cette circonstance, c'est-à-dire suivant le mode de la parthénogénèse arrhénotoque : la descendance de ces femelles fut respectivement pour chacune d'entre elles de 40, 18, 43 et 56 individus, tous du sexe mâle et présentant exclusivement les caractères typiques de *T. evanescens*. Ces expériences jointes à celles portant sur le croisement inverse montrent que les deux formes *T. evanescens* et *T. cacæciæ* sont par amixie physiologique complètement isolées l'une de l'autre.

En terminant cette Note, je signalerai, à propos des lignées naturelles des Trichogrammes, que j'ai observé cette année un Trichogramme thélytoque jaune clair dont la souche naturelle provenait d'œufs de *Carpocapsa pomonella* de la Corrèze et un autre également thélytoque mélangé de jaune et de brun provenant d'œufs de *Pyrausta nubilalis* récoltés dans le Var. Ces deux souches ont été mises en élevage, en vue de l'observation des générations successives [1]. Elles se rattachent, en tant que races ou variétés, au *Trichogramma cacæciæ*. Les recherches ultérieures montreront si toutes les formes de *Trichogramma* qui ont été décrites jusqu'ici en Europe ne se ramènent pas à deux types spécifiques essentiels dont l'un serait à parthénogénèse arrhénotoque (*T. evanescens*, *T. semblidis*) et dont l'autre serait,

---

(1) Nous devons les envois relatifs à la première forme à l'obligeance de M. Macary, qui nous a donné son concours à Paris pour en poursuivre l'élevage, ainsi que pour la surveillance des autres souches depuis l'année dernière. La souche provenant des œufs de *Pyrausta* nous a été aimablement adressée par M. H. L. Parker, directeur du laboratoire américain pour l'étude des parasites européens à Hyères (Var).

suivant les lignées ou les races tantôt à parthénogénèse thélytoque, tantôt à parthénogénèse arrhénotoque (*T. cacæciæ*, *T. fasciatum* Perk. de Mokrzecki, *T. carpocapsæ* Schr., *T. minutum* Riley avec ses deux races américaine et européenne de Howard et Fiske).

MAGNÉTISME. — *Sur la variation thermique du coefficient d'alimentation de l'eau.* Note [1] de MM. **B. Cabrera**, **W. Johner** et **A. Piccard**.

Les différents auteurs qui ont étudié la variation thermique du coefficient d'aimantation de l'eau (susceptibilité par unité de masse) étant arrivés à des résultats contradictoires, nous avons essayé de rechercher la cause des erreurs et de déterminer l'influence de la température sur ce coefficient avec la plus grande précision possible, par des mesures faites suivant des techniques nouvelles. Nous croyons connaître aujourd'hui certaines des causes d'erreurs des anciennes déterminations.

Piaggesi (Palerme, 1903) n'a pas tenu compte du fait que la pression partielle de l'oxygène de l'atmosphère au-dessus du ménisque varie avec la tension de vapeur de l'eau.

Les mesures de Piccard (Zurich, 1913) paraissent être exactes jusque vers 40°. Au-dessus de 50° des erreurs dans la détermination de la température ont altéré le résultat.

Marke (Copenhague, 1916) a trouvé des résultats qui, dans la limite de précision de son appareil (estimée par Marke à 5 pour 100), sont exacts.

Cabrera et Duperier (Madrid, 1925) ont utilisé une balance de torsion dont la sensibilité était très grande, mais Piccard remarque qu'ils n'ont pas tenu compte de la dilatation de l'eau qui aux températures supérieures faisait déborder une partie du liquide dans une zone où le champ était plus faible.

Cette question a été reprise par Johner et Piccard dont on trouvera plus loin le résultat et par Cabrera et Duperier dont les mesures ne seront vraisemblablement pas terminées avant un an mais sont dès à présent d'accord, au moins quant au signe de la très faible variation thermique, avec celles de Johner et Piccard.

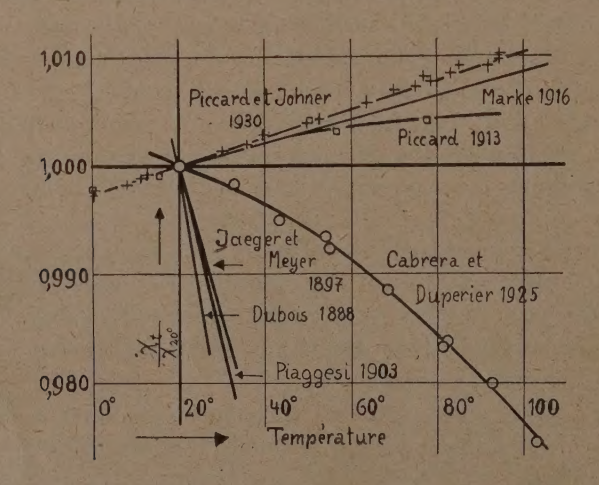
Johner et Piccard emploient une variante nouvelle de la méthode du tube en U. L'observation se fait sur le ménisque situé en dehors du champ. Par une flexion de la partie du tube contenant ce ménisque après avoir

(1) Séance du 29 septembre 1930.

excité l'électro-aimant on ramène les deux ménisques aux positions initiales relatives au tube et l'on détermine la variation de la hauteur absolue de la branche extérieure du tube. Toute la branche du tube qui se trouve dans le champ et qui n'exige pas d'observation directe est entourée d'un thermostat.

Le tableau suivant et la figure permettent de comparer les différents résultats.

Auteur.	Coefficient de variation thermique vers 20°.	$\frac{\chi_{100^\circ}-\chi_{20^\circ}}{\chi_{20^\circ}}$
Dubois (Leyde, 1888)	—0,0023	—0,168
P. Curie (Paris, 1895)	(<±0,000084)	Var. < 1,5 % entre 20° et 199°.
Jaeger et Meyer (Vienne, 1897)	—0,0015	—0,078
Les mêmes après corr. de l'humidité	—0,0012	—0,042
Piaggesi (Palerme, 1903)	—0,0016	—0,11 (par extrapol. à partir de 86°).
Le même après corr. de l'humidité	—0,00131	—0,074
Piccard (Zurich, 1913)	+0,00012	+0,0046 (par extrap. à partir de 78°).
Marke (Copenhague, 1916)	+0,000117	+0,0082
Cabrera et Duperier, (Madrid, 1916)	—0,000167	—0,0236
Les mêmes après correction de l'effet de densité	—0,00008	+0,006
Piccard et Johner (Bruxelles, 1930)	+0,000131	+0,0104



La représentation graphique montre que la sensibilité de la dernière

méthode est l'ordre de $\frac{1}{10}$ pour 1000 sur le coefficient d'aimantation. Nous estimons que les erreurs systématiques ne dépassent pas quelques dixièmes pour 1000 aux basses températures et qu'elles sont de l'ordre de 1 pour 1000 aux températures les plus élevées. L'erreur systématique sur le coefficient de variation thermique ne dépasse donc pas 10 pour 100.

Les mesures de Piccard et Johner ont donné une variation thermique du coefficient d'aimantation de l'eau de $+0,131 \pm 0,01$ pour 1000 par degré. Cette variation est linéaire dans la limite de précision des mesures.

M. **Ch. Maurain**, au nom de MM. E. Mathias et L. Éblé et en son nom, fait hommage à l'Académie du deuxième Mémoire relatif au *Nouveau Réseau Magnétique de la France au 1er janvier* 1924 (1).

Ce Mémoire a été établi, comme le précédent, sous les auspices de la Section de Magnétisme et Électricité terrestres du Comité national français de Géodésie et de Géophysique, présidée par M. le général Ferrié, et est intitulé : *Distribution générale des éléments magnétiques en France. Formules représentatives. Définition numérique des Anomalies.* Il donne des formules du second degré de la latitude et de la longitude représentant le mieux possible, d'après l'ensemble des résultats, la distribution des éléments magnétiques en France. Ensuite viennent des tableaux donnant pour chaque station les différences entre les valeurs observées des éléments magnétiques et les valeurs calculées, différences qui définissent numériquement les anomalies magnétiques en chaque point. Au Mémoire est jointe une carte des Stations magnétiques en France, comprenant non seulement les 1328 Stations visitées dans ces dernières années, mais aussi 176 Stations visitées par E. Mathias dans le sud-ouest de la France de 1895 à 1903, et 28 Stations visitées en divers points en 1912-1913 par L. Éblé. Cette carte a été dressée par Mlle Homery, qui a apporté aussi une collaboration dévouée pour les calculs nécessités par tout le travail.

M. M. **Caullery** présente une Notice qu'il a écrite sur les Papiers de Réaumur conservés dans les Archives de l'Académie. Elle est destinée à figurer en tête de la publication prochaine de divers Mémoires de Réaumur

(1) Le premier Mémoire a été présenté à l'Académie dans sa séance du 21 octobre 1929 par M. E. Mathias (*Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 667).

sur les Scarabées (Coléoptères), qui devaient, avec l'*Histoire des Fourmis*, faire partie du Tome VII des *Mémoires pour servir à l'histoire des Insectes* [1].

M. **Emmanuel de Margerie** fait hommage à l'Académie d'un Extrait du Livre jubilaire publié à l'occasion du Centenaire de la Société Géologique de France, 1830-1930 : *La Société Géologique de France de* 1880 *à* 1929.

M. **Ed. Imbeaux** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage qu'il vient de publier sous le titre : *Essai d'Hydrogéologie. Recherche, étude et captage des eaux souterraines.*

M. **Jules Richard** fait hommage à l'Académie des fascicules LXXX et LXXXI des *Résultats des Campagnes scientifiques accomplies sur son yacht par* Albert Ier, *prince de Monaco : Étude zoologique et anatomique sur quelques Gastéropodes Prosobranches provenant des Campagnes scientifiques du Prince Albert Ier de Monaco*, par A. Vayssière; *Teneur en radium des dépôts de mer profonde* (*Princesse-Alice-II* et *Challenger*), par Hans Petterson.

ÉLECTIONS.

Par la majorité absolue des suffrages, M. **P. Viala** est désigné pour faire partie de la 1re Section de la Commission technique de la *Caisse des recherches scientifiques* en remplacement de M. *A.-Th. Schlœsing*, décédé.

Par l'unanimité des suffrages, M. **A. Lacroix** est désigné comme représentant de l'Académie à la *Caisse nationale des sciences.*

---

(1) A la suite de la publication d'une partie de cette Notice (*Revue de Paris*, 5, 1930, p. 148-167), où est signalée l'existence de divers lots de lettres inédites de Réaumur, j'ai eu connaissance, par M. Méautis, professeur à l'Université de Neuchâtel (Suisse), que la bibliothèque communale de cette ville possède aussi une liasse de lettres adressées par Réaumur au savant neuchâtelois Bourguet. Je crois utile de consigner ici cette indication. M. C.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Charles Janet. *Considérations sur la structure du noyau de l'atome.*

2° Académie des sciences d'Ukraine. Recueil consacré à la mémoire de Théophile Janovsky, membre de l'Académie, par [D. Zabolotny], O. Kortchak-Tchepurkivsky et I. Chmalhausen.

3° *Traité des carrés magiques*, par M. Kraitchik. (Présenté par M. d'Ocagne.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'intégration des systèmes d'équations différentielles linéaires.* Note (1) de M. **S. Carrus.**

Nous envisageons des systèmes de m équations différentielles linéaires à n inconnues y, z, t ($m \leqq n$) les coefficients étant des fonctions quelconques de x.

Si $m < n$ nous dirons que le système est incomplet. On a souvent à considérer de tels systèmes incomplets. Par exemple si l'on cherche à déterminer les courbes gauches dont les tangentes appartiennent à un complexe linéaire.

La solution du complexe le plus général est donnée par la formule suivante :

$$dx = \frac{\theta u'}{\theta'} - 2u, \qquad ay = bx + 6 - l, \qquad az = cx + k - \frac{u'}{\theta'},$$

u et θ désignant deux fonctions arbitraires de t. On peut prendre évidemment le complexe sous sa forme réduite. La solution de

$$xy' - yx' - az' = 0$$

est donnée par

$$y = \frac{u'}{2x'}, \qquad az = \frac{xu'}{2x'} - u,$$

(1) Séance du 6 octobre 1930.

ce qui permet d'étudier complètement ces courbes (étudiées par MM. Appell et Picard) et dont nous avons obtenu quelques propriétés nouvelles.

Nous désignerons par $L(y^\alpha, z^\beta, t^\gamma) = 0$ une équation différentielle linéaire en y, z, t... à coefficients quelconques, en mettant en évidence les dérivées les plus élevées.

Si l'on a un système de telles équations, la méthode habituelle d'intégration, par dérivation, permet d'obtenir une seule équation à une seule inconnue.

Cette méthode nous paraît mathématiquement illogique, puisque l'on commence par faire des opérations en quelque sorte inverses; elle a de plus le grave inconvénient de donner des équations plus générales et d'obliger par suite à une identification.

Dans la méthode que nous allons exposer, nous ne ferons que des intégrations. Nous obtiendrons chaque fois des équations nécessaires et suffisantes.

Par cette méthode, nous arriverons aux résultats suivants :

1° Dans le cas des systèmes incomplets ($m < n$), nous donnerons, sans aucun signe de quadrature, la solution la plus générale du système au moyen de $(n - m)$ fonctions arbitraires.

2° Dans le cas des systèmes complets ($m = n$), nous ramenons l'intégration à une équation nécessaire et suffisante. Par simples substitutions successives, on aura ensuite toutes les inconnues.

Soit l'équation

$$L(y^\alpha, z^\beta, t^\gamma) = 0. \tag{1}$$

Intégrons autant que possible tous les termes. On a

$$\int a_k y^k \, dx = a_k{}^{k-1} - a'_k y^{k-2} + \ldots + (-1)^k \int a_k^k y \, dx.$$

Si nous en faisons autant pour tous les termes en y, et de même pour tous les termes en z et en t, nous mettrons l'équation sous la forme

$$L(y^{\alpha-1}, z^{\beta-1}, t^{\gamma-1}) + \int (ay + bz + ct + d) \, dx = \text{const.}, \tag{1'}$$

a, b, c, d désignant des fonctions connues x.

Nous poserons

$$ay + bz + ct + d + t'_1 \tag{2}$$

en supposant $\alpha \geqq \beta \geqq \gamma$ et $c \neq 0$.

Nous en déduirons

$$(2') \qquad t = l(y z t'_1.$$

Alors l'équation (1') peut s'intégrer et donne

$$(3) \qquad L(y^{\alpha-1}, z^{\beta-1}, t^{\gamma-1}) + t_1 = 0.$$

Si enfin dans l'équation (3) nous substituons l'expression (2') de t, nous obtenons une équation

$$(4) \qquad L(y^{\alpha-1}, z^{\beta-1}, t) + t_1 = 0.$$

C'est une équation différentielle linéaire en y, z, t_1, mais les ordres de dérivation maxima de y et z ont été tous deux diminués de une unité.

Cette équation n'est ni plus ni moins générale que l'équation donnée.

On démontre que l'on peut opérer de même si c, ou b, ou a est nul. Dans tous les cas, par un changement de fonction convenable, on peut diminuer d'une unité les ordres de dérivation maxima de toutes les inconnues, sauf une.

En opérant ainsi successivement vers t, z ou y, nous pourrons réduire d'autant d'unités que nous le voudrons les ordres de dérivation maxima, et nous pourrons suivre par de simples opérations de dérivations les transformations subies par les inconnues initiales.

Nous arriverons ainsi à une équation entre des inconnues finales Y, Z, T dans laquelle les ordres de dérivation de une ou deux inconnues seront nuls. Elle sera par exemple de la forme

$$(5) \qquad L(Y^{\alpha-h}, y', T) = 0.$$

Si elle contient effectivement T, nous pourrons la résoudre et obtenir

$$T = l(Y^{\alpha-h}, Z').$$

En remplaçant T dans les expressions finales de y, z, t, que l'on a pu suivre par continuité, on aura les expériences de y, z, t, en fonction linéaire des dérivées de Y, Z, qui pourront être deux fonctions arbitraires.

Si l'équation (5) était indépendante de T, nous continuerions sur Z par exemple et nous en déduirions Z en fonction de Y.

Les deux fonctions arbitraires seront dans ce cas Y, T au moyen desquelles nous aurions les expressions de toutes les inconnues initiales y, z, t, ...

Si nous avons une deuxième équation

$$L(y^{\alpha'}, z^{\beta'}, t^{\gamma'}) = 0,$$

nous y substituerons les expressions de y, z, t déduites de l'équation précédente en fonction de Y, Z, ... et nous aurons une nouvelle équation linéaire en Y, Z que nous traîterons par le même procédé.

Nous ne pouvons que donner le principe de la méthode.

Dans le cas de deux, trois ou quatre équations, nous pouvons écrire *a priori* le résultat des formes finales des inconnues.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un certain système à une infinité d'inconnues.* Note de M. **Georges Calugaréano.**

Nous avons déjà considéré [1] le système

$$(1)\qquad \begin{cases} \zeta_1+\zeta_2+\ldots+\zeta_n+\ldots=A_1, \\ \zeta_1^2+\zeta_2^2+\ldots+\zeta_n^2+\ldots=A_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ \zeta_1^k+\zeta_2^k+\ldots+\zeta_n^k+\ldots=A_k, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \end{cases}$$

où les indices supérieurs sont des exposants, et nous avons appelé solution régulière tout système de nombres complexes ζ_n rendant absolument convergentes les séries des premiers membres et satisfaisant à ce système d'équations en nombre infini. Nous avons dit que la solution d'un tel système est *unique*, du moins si l'on se contente des solutions régulières; il n'est pas prouvé, d'ailleurs, que cette solution existe toujours. Nous donnerons ici une démonstration de l'unicité.

En supposant que le système (1) peut être vérifié de deux manières différentes, on aura

$$(2)\qquad \begin{cases} \sum_{\nu=1}^{\infty}\zeta_\nu=\sum_{\nu=1}^{\infty}\zeta'_\nu, \\ \sum_{\nu=1}^{\infty}\zeta_\nu^2=\sum_{\nu=1}^{\infty}\zeta'^2_\nu, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \sum_{\nu=1}^{\infty}\zeta_\nu^k=\sum_{\nu=1}^{\infty}\zeta'^k_\nu, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$$

[1] Voir notre Mémoire *Sur la détermination des valeurs exceptionnelles des fonctions méromorphes*, etc. (*Bull. des Sc. math.*, 2e série, 54, 1930, p. 17).

toutes ces séries convergeant absolument. Les ζ_ν et ζ'_ν sont bornés; soit γ un cercle de centre origine, et de rayon R, contenant tous les ζ_ν et ζ'_ν. Multiplions la $k^{\text{ième}}$ équation de (27) par $\frac{1}{z^{k-1}}$, pour $k = 1, 2, \ldots$, et supposons $|z| > R$. En ajoutant toutes les équations on aura

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \zeta_\nu \frac{1}{1 - \frac{\zeta_\nu}{z}} = z \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\zeta_\nu}{z - \zeta_\nu} = z \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\zeta'_\nu}{z - \zeta'_\nu}$$

en vertu de la convergence absolue des équations de (2). Donc

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\zeta_\nu}{z - \zeta_\nu} = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\zeta'_\nu}{z - \zeta'_\nu} \tag{3}$$

pour $|z| > R$. Mais nous avons là deux fonctions analytiques égales pour $|z| > R$. Elles seront donc égales pour toutes les valeurs de z rendant les séries des deux membres uniformément convergentes. Prenons r tel que $0 < r < R$, le cercle de rayon r ne passant par aucun ζ_ν ou ζ'_ν. Soient $\zeta_1, \zeta_2, \ldots, \zeta_p$ et $\zeta'_1, \zeta'_2, \ldots, \zeta'_q$ tous les ζ_ν et ζ'_ν de module $> r$. Retranchons du domaine $|z| > r$ tous les cercles de rayon ε ayant pour centres les points $\zeta_1, \ldots, \zeta_p, \zeta'_1, \ldots, \zeta'_q$. Dans le domaine restant les deux membres de (3) convergent uniformément, car $|z - \zeta_\nu|$ et $|z - \zeta'_\nu|$ sont $> \varepsilon$. Ceci a lieu aussi petit que soit ε, et il en résulte, pour que l'égalité (3) soit possible, que les $\zeta_1, \ldots, \zeta_p$ et $\zeta'_1, \ldots, \zeta'_q$ coïncident deux à deux, donc $p = q$. Le raisonnement étant applicable aussi petit que soit r, on voit ainsi que les deux suites ζ_ν et ζ'_ν coïncident nécessairement.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur quelques majorantes de la théorie des fonctions*. Note de M. GASTON JULIA.

1. Soit un secteur D limité (*Comptes rendus*, 190, 1930, p. 1259) par deux segments AO et OB faisant en O l'angle $\alpha\pi$ $(\alpha > 0)$ et par un arc de Jordan ACB, et une fonction $f(z)$, holomorphe dans D, pour laquelle $|f(z)| < M + \varepsilon$ $(\varepsilon > 0$ arbitraire) au voisinage de AOB, $|f(z)| < m + \varepsilon$ au voisinage de ACB; on appelle ρ la distance Oz et d la plus courte distance de z à AOB. Soit $\Phi(z)$ la fonction harmonique et régulière dans D, *nulle sur* AOB, *égale à un sur* ACB; la fonction $\mu\Phi(z)$, $[\mu = \log(m : M)]$, est une majorante de $\log|f(z) : M|$ dans D. Lorsque z tend vers un point

de AOB distinct de A et B, le rapport $\left[\Phi(z) : d\rho^{\frac{1}{\alpha}-1}\right]$ a une limite finie $\neq 0$; si le point limite est A ou B, le rapport peut devenir infini, mais ne peut tendre vers zéro. D_ε étant le domaine D diminué de la partie intérieure à deux cercles de rayon ε, de centres A et B, il existe deux constantes $\lambda(D, \varepsilon)$, $\lambda_1(D, \varepsilon)$, borne inférieure et supérieure du rapport précédent dans D_ε, pour lesquelles on a *dans* D_ε

$$(1) \qquad \log|f(z) : M| < \Lambda\left[d\rho^{\frac{1}{\alpha}-1}\right]\log(m : M),$$

avec $\Lambda = \lambda(D, \varepsilon)$ si $m < M$, et $\Lambda = \lambda_1(D, \varepsilon)$ si $m > M$. Lorsque ε tend vers zéro, $\lambda_1(D, \varepsilon)$ devient infini, mais $\lambda(D, \varepsilon)$ a pour borne inférieure $\lambda_0(D) > 0$, en sorte que (1) *est valable dans tout* D *pour* $m < M$ *et* $\Lambda = \lambda_0(D)$. On a $\lambda_0\, d\rho^{\frac{1}{\alpha}-1} < 1$ dans tout D, mais en général il y a des points de D_ε où $\lambda_1(D, \varepsilon) d\rho^{\frac{1}{\alpha}-1}$ est > 1, par suite, lorsque $m > M$, la formule (1) n'est avantageuse que dans la partie de D_ε où le coefficient de $\log(m : M)$ est < 1. Dans ce même cas $m > M$, en introduisant l'angle ω de Oz avec la bissectrice intérieure du secteur, on peut donner à (1) une forme telle que

$$(2) \qquad \log|f : M| < \mathcal{C}\cos\frac{\omega}{\alpha}\left\{\frac{\rho}{R_0}\right\}^{\frac{1}{\alpha}}\log(m : M),$$

R_0 étant le *minimum* de la distance à O d'un point de ACB, $\mathcal{C}$ une constante quelconque $> (4 : \pi)$, en se bornant à la partie de D pour laquelle $\rho < \rho_0(\mathcal{C}) < R_0$, $\rho_0(\mathcal{C})$ tendant vers zéro lorsque $\mathcal{C}$ tend vers $(4 : \pi)$.

2. Soit D un domaine quelconque, simplement ou multiplement connexe, limité par un nombre fini *d'arcs frontière de Jordan*, dont l'ensemble est divisé en un nombre fini d'arcs F_1 et un nombre fini d'arcs F_2. Soit $f(z)$, holomorphe dans D, et telle que $|f| < M + \varepsilon$ au voisinage de tout point de F_1, $|f| < m + \varepsilon$ au voisinage de tout point de F_2. On forme $\Phi(z)$, harmonique et régulière dans D, *égale à zéro sur* F_1, *à un sur* F_2; $\mu\Phi(z)$ majore $\log|f(z) : M|$ dans D, et, pour étendre (1) on étudie le rapport $[\Phi(z) : d]$, *d étant la plus courte distance de z à* F_1, z_0 étant sur un arc F_1 *doué d'une tangente lipschitzienne autour de* z_0

$$[\,|z'(s) - z'(s_0)| < k|s - s_0|^\nu,\ 0 < \nu < 1],$$

le rapport précédent reste compris entre deux limites positives lorsque z varie dans D au voisinage de z_0. Lorsque z_0 joint deux arcs de F_1 dont chacun a une tangente lipschitzienne, les tangentes en z_0 aux deux arcs

faisant l'angle $\alpha\pi$, $\left[\Phi ; d.\rho^{\frac{1}{\alpha}}\right]$ reste compris entre deux limites positives au voisinage de z_0 dans D [$\rho = |z - z_0|$]. Excluons de D le voisinage, de rayon ε, de tous les points de jonction d'un arc F_1 avec un arc F_2; soit D_ε le domaine obtenu.

a. Si *tous les arcs* F_1 *appartenant à la frontière de* D_ε *sont à tangente lipschitzienne sans points anguleux*, $[\Phi(z) : d]$ a dans D_ε une *borne inférieure* $\lambda(D, \varepsilon)$ et une *borne supérieure* $\lambda_1(D, \varepsilon)$ positives et finies, on a, dans D_ε,

$$\log|f(z) : M| < \Lambda(D, \varepsilon).d.\log(m : M), \tag{3}$$

avec $\Lambda = \lambda(D, \varepsilon)$ si $m < M$, et $\Lambda = \lambda_1(D, \varepsilon)$ si $m > M$. Lorsque ε tend vers zéro, $\lambda_1(D, \varepsilon)$ devient infini, mais $\lambda(D, \varepsilon)$ peut rester fini et $> \lambda_0(D)$; alors (3) est vraie avec $\Lambda = \lambda_0(D)$ dans tout D.

b. Lorsque F_1 *comporte un nombre fini de points anguleux* $C_1, C_2, \ldots, C_k$, raccordant des arcs à tangente lipschitzienne, $\alpha_n\pi$ étant l'angle au point C_n et ρ_n la distance $\overline{C_n z}$, le rapport $\left[\Phi : d\prod_1^k \rho_n^{\frac{1}{\alpha_n}}\right]$ admet une borne inférieure, $\lambda'(D, \varepsilon)$ et une borne supérieure $\lambda'_1(D, \varepsilon)$ dans D_ε. On a, dans D_ε, la majorante

$$\log|f : M| < \Lambda'\left[d\prod_1^k \rho_n^{\frac{1}{\alpha_n}-1}\right]\log(m : M), \tag{4}$$

avec $\Lambda' = \lambda'(D, \varepsilon)$ si $m < M$, et $\Lambda' = \lambda'_1(D, \varepsilon)$ si $m > M$.

c. Lorsque *tous les arcs* F_1 *et tous les arcs* F_2 *sont à tangente lipschitzienne* sans points anguleux, en désignant par d_1 et d_2 les plus courtes distances à l'ensemble F_1 et à l'ensemble F_2, la considération de $|\Phi : d_1|$ et $|(1 - \Phi) : d_2|$ conduit à l'existence, dans D_ε, de deux bornes $A\delta$ et $A_1\delta$ pour le rapport $\Phi : (1 - \Phi)]$, avec $\delta = d_1 : d_2$. Il en résulte, dans D_ε,

$$\log|f : M| < [\beta\delta : (1 + \beta\delta)]\log(m : M) \tag{5}$$

avec $\beta = A(D, \varepsilon)$ si $m < M$, et $\beta = A_1(D, \varepsilon)$ si $m > M$, le facteur de $\log(m : M)$ dans la majorante (5) étant toujours entre 0 et 1.

d. Lorsque les arcs F_1 ou F_2, à tangente lipschitzienne, comportent un nombre fini de points anguleux, on remplace dans *c* et (5), chacune des quantités d_1 ou d_2 par un produit du type introduit dans *b* et (4).

e. Lorsqu'on fait sur F_1 et F_2 des hypothèses moins restrictives, on peut encore utiliser les majorantes précédentes lorsque Δ, intérieur à D, aboutit à des *points frontière de* D, de manière qu'on puisse encadrer Δ dans un

domaine analogue Δ' (aboutissant aux mêmes points frontière de D), mais ayant des frontières du type a, b, c, ou d, par exemple des frontières analytiques. On fait alors une majoration grossière pour Δ' (voir le Mémoire détaillé) et l'on *applique à Δ' les majorantes précédentes* afin d'avoir dans Δ une majorante plus précise.

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur l'écoulement permanent avec tourbillons isolés.* Note de M. R. **Mazet**.

Considérons l'écoulement plan d'un liquide parfait entre parois polygonales depuis l'infini (A) jusqu'à l'infini (B) et supposons qu'en un seul point P du contour (ou en deux points symétriques, P et P', si le mouvement admet un axe de symétrie Ox) l'angle de deux côtés consécutifs soit saillant vers le liquide. S'il n'y a pas de symétrie préalable, introduisons-la en prenant le symétrique du mouvement donné par rapport à l'un des côtés de la paroi convexe, côté que nous supprimerons ensuite.

Il est bien connu que toutes les solutions donnant un écoulement à sens unique le long des parois (sauf éventuellement sur Ox) conduisent à une vitesse infinie en P et P', donc sont physiquement à rejeter. Pour légitimer le changement de sens de l'écoulement en P et P', on a recours à l'hypothèse soit d'un sillage partant de P et de P', soit de tourbillons isolés situés au voisinage de ces deux points. Plaçons-nous dans ce dernier cas : s'il s'agit d'un mouvement permanent, la vitesse de déplacement des tourbillons devra être évidemment nulle.

Faisons la représentation conforme du domaine liquide (D) du plan $z = x + iy$ sur la bande (Δ) du plan $\zeta = \xi + i\eta$ limitée par les deux droites $\eta = \pm \frac{\pi}{2}$, de telle sorte que le liquide s'écoule de gauche à droite et que P et P' aient pour images p et p' d'affixes $\pm i\frac{\pi}{2}$. Plaçons en deux points conjugués t et t', d'affixes $\alpha \pm i\beta$ pour le moment arbitraires $\left(0 < \beta < \frac{\pi}{2}\right)$, deux tourbillons ponctuels d'intensités I et — I. L'écoulement tourbillonnaire le plus simple sera représenté dans la bande (Δ) par la superposition de deux mouvements : a. le mouvement de centres tourbillonnaires t et t', le liquide étant en repos à l'infini ; b. un courant d'ensemble parallèle à l'axe des ξ et de vitesse uniforme $\frac{q}{\pi}$ $(q > 0)$.

On aura alors, en appelant f le potentiel complexe,

$$\frac{df}{d\zeta} = \frac{1}{2\pi} \frac{\sin 2\beta}{\operatorname{sh}(\zeta - \zeta_1)\operatorname{sh}(\zeta - \zeta'_1)} + \frac{q}{\pi} \qquad (\zeta_1 = \alpha + i\beta,\ \zeta'_1 = \alpha - i\beta).$$

Déterminant q par la condition que $\frac{df}{d\zeta} = 0$ pour $\zeta = i\frac{\pi}{2}$, puis calculant la vitesse de déplacement (u'_1, v'_1) du tourbillon t dans le plan ζ, on obtient :

$$u'_1 - iv'_1 = \lim_{\zeta=\zeta_1}\left[\frac{df}{d\zeta} - \frac{1}{2i\pi}\frac{1}{\zeta - \zeta_1}\right] = \frac{1}{2\pi}\frac{\operatorname{ch} 2\alpha \cos 2\beta + \sin^2 2\beta + 1}{(\operatorname{ch} 2\alpha + \cos 2\beta)\sin 2\beta}.$$

Pour en déduire la vitesse (u_1, v_1) du tourbillon T dans le plan z, il suffit d'appliquer la formule connue

$$u_1 - iv_1 = (u'_1 - iv'_1)\left(\frac{d\zeta}{dz}\right)_1 + \frac{1}{4i\pi}\left(\frac{d}{dz}\log\frac{d\zeta}{dz}\right)_1 \quad (^1).$$

Pour que cette vitesse soit nulle, il faut et il suffit, $\left(\frac{d\zeta}{dz}\right)_1$ étant forcément fini, que l'on ait

$$(1) \qquad \left(\frac{d}{d\zeta}\log\frac{dz}{d\zeta}\right)_1 = 2i\frac{\operatorname{ch} 2\alpha \cos 2\beta + \sin^2 2\beta + 1}{(\operatorname{ch} 2\alpha + \cos 2\beta)\sin 2\beta}.$$

La fonction $\frac{dz}{d\zeta}$ de ζ une fois déterminée, la relation (1) fournit un système de deux équations entre α et β. A chaque solution correspond, dans le domaine (D), un écoulement permanent physiquement acceptable, sauf, bien entendu, au voisinage immédiat des points T et T' (qui schématisent deux tourbillons de dimensions finies).

Voici une application simple de ce procédé qui, à ma connaissance, n'a pas encore été signalée : Soit un liquide qui s'écoule dans un canal rectiligne de largeur $2a$ devenant, par un *élargissement* brusque et symétrique à angles droits, un canal rectiligne de largeur $2b$. On trouve aisément

$$\frac{dz}{d\zeta} = \frac{k}{\sqrt{1 - \cos\Theta_0 \operatorname{th}\zeta}} \qquad \left(k : \text{facteur d'homothétie; on a posé } \frac{b}{a} = \cot\frac{\Theta_0}{2}\right).$$

En appliquant (1) et séparant le réel de l'imaginaire, on obtient, après un calcul simple, les deux équations

$$\operatorname{ch} 2\alpha \cos 2\beta + 2\sin^2 2\beta + 1 = 0,$$
$$2(\operatorname{ch} 2\alpha + \cos 2\beta) - 3\cos\Theta_0 \operatorname{sh} 2\alpha = 0,$$

---

(1) Pour cette formule et les précédentes, voir Henri Villat, *Leçons sur la Théorie des Tourbillons*, Chap. VII (Paris, Gauthier-Villars, 1930).

d'où l'on tire sans difficulté

$$\sin 2\beta = \frac{\sqrt{5}}{2}\cot\Theta_0, \qquad \operatorname{sh} 2\alpha = -\frac{2\sin^2 2\beta}{\cos\Theta_0\cos 2\beta} \qquad \left(\cos 2\beta < 0 : \frac{\pi}{4} < \beta < \frac{\pi}{2},\ \alpha > 0\right).$$

Pour que la solution existe, il faut et il suffit que l'on ait

$$\cot\Theta_0 < \frac{2}{\sqrt{5}}, \quad \text{c'est-à-dire} \quad \frac{b}{a} < \sqrt{5}.$$

En supprimant le mouvement du côté $y < 0$ de l'axe des x et complétant le reste par symétrie par rapport à la droite $y = b$, on obtient l'écoulement dans un canal rectiligne de largeur $2b$, barré d'un obstacle rectangulaire très allongé vers la gauche et de largeur $2a$. Comme cas-limite, les parois du canal peuvent être rejetées à l'infini.

ASTRONOMIE. — *Sur un développement des équations de l'homologie, à la base de la méthode des dépendances.* Note [1] de M. **J.-Ph. Lagrula**, présentée par M. E. Esclangon.

I. Soit C le centre d'un cliché d'observation, tableau P, de perspective par projection centrale, dont le point de vue est L, lieu d'observation, l'éloignement LC = R, distance focale, et qui représente l'aspect local A, du ciel à l'époque T ; appelons E les images des étoiles de repère auxquelles nous rapportons un objet par la méthode des dépendances, et x, y leurs coordonnées relevées dans un système xOy, absolument quelconque, en employant même des échelles de modules distincts : hR pour x, kR pour y, au lieu de R, module naturel. Accentuons les lettres pour désigner les mêmes données relatives au cliché de comparaison P′.

II. Parallèlement à P′, et tangentiellement en C_1, à la sphère de centre L, et de rayon R, unique module d'échelle *ici*, adjoignons au tableau P un plan fictif Q, de perspective simultanée de l'aspect A′ du ciel. Prenons le centre S, de l'homologie ainsi définie, pour origine commune de deux systèmes de coordonnées rectangulaires : XSY, dans P, et X′SY′, dans Q, les Y, Y′ étant respectivement comptées suivant $\overline{CS}$, $\overline{SC_1}$, et les X, X′ suivant l'axe d'homologie. Toutes les quantités telles que X, hx, ... sont notablement plus petites que l'unité, de même que le sinus de l'angle α des tableaux.

(1) Séance du 6 octobre 1930.

III. Dans les aires plus loin définies, nous supposons essentiellement les x', y', et les X', Y', en correspondance homographique *simple*, c'est-à-dire sur des tableaux parallèles, les coordonnées indemnes ou corrigées de l'effet non linéaire des altérations circonstancielles de tout ordre.

IV. On passe des X, Y aux x, y par une substitution de la forme

$$X = X_0 + hx\cos\theta - ky\sin\omega, \qquad Y = Y_0 + hx\sin\theta + ky\cos\omega,$$

et des X', Y' aux X, Y par les équations fondamentales de l'homologie par perspective centrale

$$X' = X : (1 + Y\sin\alpha), \qquad Y' = Y : (1 + Y\sin\alpha),$$

développables en séries convergentes suivant les puissances et produits de hx, ky. Au lieu d'opérer ainsi, procédons en incorporant dans les variables une partie des termes d'ordre supérieur qui apparaissent dans les développements directs. En limitant cette incorporation au second ordre, on est conduit à prendre comme nouvelles variables hu, kv, définies par les expressions

$$(1) \qquad \begin{cases} u = x - Ax^2 - Bxy, & v = y - Axy - By^2, \\ A = h\sin\alpha\sin\theta, & B = k\sin\alpha\cos\omega. \end{cases}$$

Les développements se présentent alors sous la forme

$$(2) \qquad X' = au + bv + c + \Delta, \qquad Y' = a'u + b'v + c' + \Delta';$$

a, b, c, a', b', c' sont des constantes dont la structure n'intervient pas ici, et Δ, Δ' les restes dont la partie principale peut s'écrire

$$\Delta = Y(Y - Y_0)(X - X_0)\sin^2\alpha, \qquad \Delta' = Y(Y - Y_0)^2\sin^2\alpha.$$

V. Posons $OE = \lambda$; la grandeur du vecteur résultant de ces restes est, en minutes d'arc, inférieure à $\varepsilon = (\lambda + Y_0)\lambda^2\alpha^2\sin^4 1'$. Pour une valeur α donnée, cette équation définit *autour de l'origine* O un cercle de rayon λ, dans lequel *tous les objets mesurés* doivent être situés pour que l'erreur commise en négligeant les restes ne dépasse pas ε. Dans cette aire, les X', Y' s'expriment linéairement en u, v, et, vu III, tout aussi bien les x', y', savoir avec six nouvelles constantes :

$$\begin{aligned} x' &= p(x - Ax^2 - Bxy) + q(y - Axy - By^2) + r, \\ y' &= p'(x - Ax^2 - Bxy) + q'(y - Axy - By^2) + r'. \end{aligned}$$

VI. Pour $X - X_0 = Y - Y_0 = 0$, les restes sont nuls.

De ce chef, il est avantageux de prendre pour origine O l'un des objets

mesurés communs aux deux clichés, donc l'une des étoiles de repère; *ce choix, qui assure le maximum de liberté* dans la sélection de ces étoiles, *s'impose*, d'ailleurs, par la simplification que cela introduit dans l'application de la méthode des dépendances. L'aire dont on dispose *alors* est assez considérable pour qu'il n'y ait jamais lieu de s'en préoccuper, car aux coins d'un cliché carré de 12° de champ, pour $\varepsilon = 0',001$ et $\alpha = 500'$, on a déjà $\lambda = 42'$. Donc, pratiquement, *à condition de prendre pour origine l'une des étoiles de repère*, l'homologie est *toujours au moins* réductible à l'homographie simple par le mode de correction (1) usuel, mais dont il restait à démontrer l'invariance et la légitimité de son application directe aux mesures brutes relevées suivant des axes et à des échelles quelconques.

VII. Le vecteur résultant des termes du second degré est inférieur à $\varepsilon = \alpha\lambda^2 \sin^2 1'$, équation qui définit, de la même manière, l'aire *d'assimilation licite* de l'homologie à l'homographie linéaire, pour une erreur vectorielle tolérable ε. Aux coins d'un cliché de 2° de champ, pour $\varepsilon = 0',001$ et $\alpha = 85'$, on a $\lambda = 11'$, aire de sélection encore suffisante en général.

VIII. Le développement (2), qui dégage les deux modalités d'emploi légitime de la méthode des dépendances en coordonnées cartésiennes, entre des limites correctement assignables et toujours suffisantes, était à la base de notre dernière Note aux *Comptes rendus* (189, p. 88).

ÉLECTRICITÉ. — *Appareils de mesures électriques s'adaptant aux électro-aimants*. Note de M. **L. Quevron**, presentée par M. A. Cotton.

Dans une précédente Note [1] nous avons envisagé la transformation en galvanomètre ou millivoltmètre des électro-aimants existant déjà dans les laboratoires. Cette transformation, applicable aux appareils à pivots ou à suspension, a été faite à Bellevue, avec la maquette de l'électro-aimant de l'Académie des Sciences.

Appareils à pivots. — Le cadre se déplace dans un champ magnétique radial obtenu par un centrage rigoureux des pièces délimitant l'entrefer. Ces pièces, comme on l'a vu, forment un bloc que l'on glisse entre les pièces polaires.

L'appareil réalisé possède les constantes suivantes :

---

[1] L. Quevron, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1039. M. d'Arsonval avait déjà réalisé des galvanomètres à électro-aimants : une très grande sensibilité n'a pu être obtenue que grâce aux précautions prises.

Le système mobile constitué par un cadre rectangulaire (41×55^{mm}) pèse 2^g et comporte 100 spires de 10/100. La résistance intérieure est de 40 ohms, les spiraux d'amenée de courant, en bronze, situés l'un au-dessus, l'autre au-dessous du cadre présentent un moment de torsion de deux dynes pour une torsion de 90°. La durée d'oscillation qui est de 15 secondes en circuit ouvert tombe à 3 secondes en shuntant le cadre avec 40000 ohms.

Le cadre d'épaisseur 1^{mm} se déplace dans un entrefer de $1^{mm},5$ où l'on crée un champ de 35000 gauss.

Résultats. — La rotation du cadre est mesurée à l'aide d'un miroir concave de 2^m de rayon de courbure. Un montage potentiométrique permet de faire varier d'une façon connue l'intensité du courant qui traverse le cadre. On a une déviation de 22^{mm} pour un courant de 0,25 microampère.

Les déviations sont proportionnelles aux intensités. L'appareil très fidèle (le spot reprend sa position d'équilibre à $0^{mm},5$ près), permet de déceler un courant de $5 \cdot 10^{-9}$ ampère et par suite une puissance de 10^{-15} watt.

Appareil à suspension. — On peut utiliser aussi, au lieu d'un champ radial donné par des pièces polaires spéciales, un champ uniforme que l'on peut obtenir avec les électro-aimants en faisant sortir plus ou moins des cônes polaires, les parties cylindriques des pièces polaires. MM. Cotton et Dupouy [1] ont obtenu, par exemple, un champ magnétique très uniforme avec des pièces de 6^{cm} de diamètre et un entrefer de 1^{cm}, le champ étant voisin de 49000 gauss. Cette remarque permet de transformer plus facilement encore l'électro-aimant en appareil de mesures : on supprime le bloc de fer doux et l'on place directement le cadre dans le champ uniforme ainsi réalisé.

Notre essai a été fait encore sur la maquette. Le cadre carré de 1^{cm} de côté comprend 100 spires de 6/100 et pèse $0^g,26$ y compris le miroir de 2^m de rayon de courbure. Le fil de suspension en bronze (longueur 20^{cm}, largeur $0^{cm},02$, épaisseur $0^{cm},01$) n'est pas tendu pour ne pas diminuer la sensibilité. La durée d'oscillation est de 2 secondes en circuit ouvert, la résistance intérieure est de 20 ohms. L'équipage mobile est monté dans un tube qui est fixé à l'aide d'un collier sur le noyau de l'une des pièces polaires.

L'entrefer de 11^{mm} est limité par les faces terminales planes des noyaux (diamètre 61^{mm}) sortis de 15^{mm} par rapport aux cônes polaires et le champ est de 27000 gauss.

Les déviations lues ont été encore proportionnelles aux intensités et le déplacement du spot (1^{mm} à 2^m) correspond à un courant de $4 \cdot 10^{-9}$ amp.,

---

(1) A. COTTON et G. DUPOUY, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 544.

soit à une puissance de $3,2.10^{-16}$ watt. Il serait possible d'obtenir mieux avec un fil de suspension plus fin et des noyaux de plus faible diamètre; en outre on aurait, d'après les mesures rapportées plus haut, un champ presque double avec le gros électro-aimant lui-même.

ÉLECTRONIQUE. — *Évaluation statistique de l'énergie d'interaction de Coulomb dans une molécule.* Note de M. **L. Goldstein**, présentée par M. M. de Broglie.

On a vu dans des Notes précédentes [1] que l'application de la méthode statistique se limite à des approximations dans le problème de distribution de potentiel et de charge moléculaire. Mais la fonction de répartition atomique de Fermi permet de calculer l'énergie de Coulomb des deux atomes qui jusqu'à présent échappait presque au calcul direct.

Comme la fonction de répartition contient implicitement l'interaction des électrons atomiques entre eux, ainsi qu'avec le noyau, l'énergie de Coulomb calculée par la fonction de Fermi doit donner une représentation du couplage électrique qui ne diffère pas beaucoup de la réalité. Il est peu probable que les forces de liaison quantiques (échange) se soumettent à l'analyse statistique. Les forces de liaison homopolaire de Heitler et London n'apparaissent que dans les intégrales d'échange des fonctions d'onde des électrons individuels.

Soient Z_1 et Z_2 les numéros atomiques des deux atomes formant la molécule. En un point (r_1, r_2) ou $\left(r, \sqrt{d^2+r^2-2dr\cos\theta}\right)$ il se trouve une quantité de charge élémentaire du premier atome,

$$(1)\qquad \left\{\begin{aligned} n[v_1(r)]\,d\tau &= a\,b\,e^{\frac{3}{2}}\,v_1(r)^{\frac{3}{2}}\,d\tau \\ &= \frac{2^{\frac{9}{2}}m^{\frac{3}{2}}\pi e^{\frac{3}{2}}}{3h^3}\,v_1^{\frac{3}{2}}, \end{aligned}\right.$$

où $v_1(r)$ est le potentiel créé par le premier atome à la distance r du noyau, défini par

$$(2)\qquad v_1(r) = \frac{Z_1 e}{r} = \frac{Z_1 e}{r}\,\varphi\left(\frac{r}{\mu_1}\right).$$

Cette charge se trouve dans un champ de potentiel $v_2\left(\sqrt{d^2+r^2-2dr\cos\theta}\right)$

---

(1) *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 1502-1504; **191**, 1930, p. 521.

dû à l'atome Z_2 et défini par

$$(3)\quad v_2 = \frac{Z'_2 e}{\sqrt{d^2 + r^2 - 2dr\cos\theta}} = \frac{Z_2 e}{\sqrt{d^2 + r^2 - 2dr\cos\theta}} \varphi\left(\frac{\sqrt{d^2 + r^2 - 2dr\cos\theta}}{\mu_2}\right).$$

L'énergie potentielle de la charge (1) dans le champ (3) sera [1]

$$(4)\quad \delta W_1 = n(v_1) v_2 \, d\tau$$
$$= \frac{2^{\frac{9}{2}} \pi m^{\frac{3}{2}} e^4}{3h^3} \frac{Z_1^{\frac{3}{2}} Z_2}{r^{\frac{3}{2}} \sqrt{d^2 + r^2 - 2dr\cos\theta}} \left[\varphi\left(\frac{r}{\mu_1}\right)\right]^{\frac{3}{2}} \varphi\left(\frac{\sqrt{d^2 + r^2 - 2dr\cos\theta}}{\mu_2}\right) d\tau.$$

Posant

$$\frac{2^{\frac{9}{2}} \pi m^{\frac{3}{2}} e^4}{3h^3} = C$$

et se rappelant que

$$\frac{1}{r^{\frac{3}{2}} \sqrt{d^2 + r^2 - 2dr\cos\theta}} = \Sigma_i P_i(\cos\theta) \frac{r^{i-\frac{3}{2}}}{d^{i+1}}$$

on aura

$$(5)\quad \int \delta W_1 = C . Z_1^{\frac{3}{2}} Z_2 \int \left\{ \left[\varphi\left(\frac{r}{\mu_1}\right)\right]^{\frac{3}{2}} \varphi\left(\frac{\sqrt{d^2 + r^2 - 2dr\cos\theta}}{\mu_2}\right) \Sigma_i P_i(\cos\theta) \frac{r^{i-\frac{3}{2}}}{d^{i+1}} \right\} d\tau,$$

et l'énergie potentielle du premier atome dans le champ de l'autre sera

$$(6)\quad W_1 = C . Z_1^{\frac{3}{2}} Z_2 \int \left\{ \left[\varphi\left(\frac{r}{\mu_1}\right)\right]^{\frac{3}{2}} \varphi\left(\frac{\sqrt{d^2 + r^2 - 2dr\cos\theta}}{\mu_2}\right) \Sigma_i P_i(\cos\theta) \frac{r^{i-\frac{3}{2}}}{d^{i+1}} \right\} d\tau.$$

On trouve de même pour l'énergie potentielle du deuxième atome dans le champ du premier

$$(7)\quad W_2 = C . Z_1 Z_2^{\frac{3}{2}} \int \left\{ \left[\varphi\left(\frac{r}{\mu_2}\right)\right]^{\frac{3}{2}} \varphi\left(\frac{\sqrt{d^2 + r^2 - 2dr\cos\theta}}{\mu_1}\right) \Sigma_i P_i(\cos\theta) \frac{r^{i-\frac{3}{2}}}{d^{i+1}} \right\} d\tau,$$

où l'origine des coordonnées se trouve maintenant au noyau de l'atome Z_2. On aura donc pour l'énergie coulombienne totale de la molécule en fonction de la distance nucléaire

$$(8)\quad W_{Z_1 Z_2}(d) = W_1(d) + W_2(d) = C . Z_1 Z_2 \left(Z_1^{\frac{1}{2}} + Z_2^{\frac{1}{2}}\right)(I_1 + I_2),$$

---

(1) La déformation des potentiels ne se faisant sentir que sur les électrons de liaison, il est assez légitime de prendre les distributions indépendantes pour le calcul : que la forme de $n(v)$ reste invariante sous l'action d'un champ électrique; a été montré par L. Brillouin : *Les statistiques quantiques*, p. 280.

où I_1 et I_2 désignent les intégrales figurant dans W_1 et W_2 respectivement.

Pour une molécule homopolaire $Z_1 = Z_2 = Z$, comme $I_1 = I_2 = I$, nous obtenons

$$(9) \quad W_{ZZ}(d) = 2C.Z^{\frac{5}{2}} \int \left\{ \left[\varphi\left(\frac{r}{\mu}\right)\right]^{\frac{3}{2}} \varphi\left(\frac{\sqrt{d^2+r^2-2\,dr\cos\theta}}{\mu}\right) \Sigma_i P_i(\cos\theta)\, \frac{r^{i-\frac{3}{2}}}{d^{i+1}} \right\} d\tau.$$

Comme la forme analytique de la fonction φ est inconnue le calcul des intégrales est très laborieux car il ne peut s'effectuer que numériquement.

Il semble nécessaire de trouver une forme analytique approchée de la fonction φ qui simplifierait beaucoup les calculs de ce genre. On conçoit l'intérêt que présente l'application de la fonction φ dans le calcul du potentiel moléculaire des molécules polyatomiques ou pour le calcul du potentiel électrostatique (indice des ondes de de Broglie) des réseaux cristallins.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Explication des phénomènes complexes observés pendant le revenu des aciers hypertrempés.* Note de MM. **Albert Portevin** et **Pierre Chevenard**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Nous avons décrit [1] le mécanisme du revenu des austénites hypereutectoïdes, et nous avons ramené les phénomènes observés à trois réactions élémentaires de décomposition de la solution γ sursaturée en carbone :

Réaction.	Condition d'observation.	Changement de volume.
I. Solution sursaturée $\gamma \rightarrow$ cémentite + solution γ moins carburée....	Pendant la chauffe	Contraction
II. Solution $\gamma \rightarrow$ cémentite + solution α peu carburée....................	Pendant la chauffe	Expansion
III. Solution $\gamma \rightarrow$ solution α...........	Pendant le refroidissement	Forte expansion : Ar″

Laissant de côté, cette fois, la troisième réaction qui est celle de la trempe secondaire, nous envisagerons les deux réactions I et II, que l'on peut faire correspondre aux deux étapes, indiquées par le diagramme d'équilibre, pour le passage de la solution γ stable à chaud à l'agrégat « phase α + cémentite » stable à froid.

[1] *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 1670; **191**, 1930, p. 252 et 408.

Au cours du revenu isotherme d'une austénite, étudié par la méthode dilatométrique ordinaire, on observe en général une expansion ou une contraction, et l'on peut être tenté d'attribuer ce changement de longueur exclusivement à l'une ou à l'autre des réactions I et II; parfois aussi, un changement de sens de la manifestation dilatométrique semble montrer la succession des deux réactions. Un perfectionnement de la technique expérimentale conduit à une représentation plus exacte des phénomènes et permet d'affirmer *la simultanéité des deux réactions, qui se superposent avec des amplitudes et des vitesses variables selon la température :* il consiste à enregistrer la variation de longueur de l'échantillon, en fonction du temps, au cours du revenu isotherme.

Le dilatomètre différentiel est alors muni d'un châssis spécial, dans lequel une plaque photographique peut se déplacer à vitesse constante par le jeu d'un mouvement d'horlogerie; par construction, l'axe des temps est exactement parallèle à l'axe des températures, et il est orienté en sens opposé pour tirer le meilleur parti de la plaque sensible. Le chariot porte-plaque, immobile durant la chauffe, est mis en mouvement au début du revenu isotherme, puis ramené au point de départ pour l'enregistrement de la courbe de refroidissement.

Dans le cas simple d'une seule réaction, telle que la précipitation d'un constituant à partir d'une solution solide sursaturée, la marche du phénomène est traduite par une courbe « dilatation-temps » telle que A (*fig.* 1).

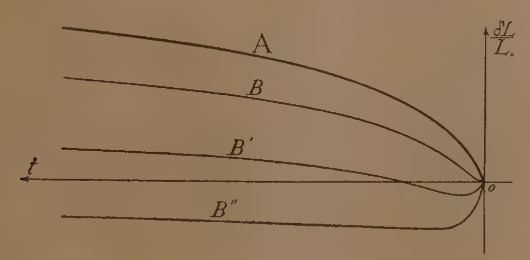


Fig. 1.

Aux températures peu élevées, et tant que le système est encore éloigné de son état d'équilibre, cette courbe est sensiblement une logarithmique $\frac{\delta L}{L} = a \log(1 + bt)$; cette relation s'applique, par exemple, à l'instabilité des ferronickels additionnés de carbone ([1]), au durcissement par précipitation

([1]) Ch.-Ed. Guillaume, *Changements progressifs de l'invar* (*Travaux et Mémoires du Bureau international des Poids et Mesures*, 17, 1927, p. 117).

de Mg^2Si ou de Al^2Cu des alliages légers trempés [1], etc. Aux températures élevées, où l'équilibre est atteint rapidement, la courbe A se rapproche plutôt d'une exponentielle $\frac{\partial L}{L_0} = \alpha(1 - e^{-\beta t})$. Quoi qu'il en soit, si deux réactions simples se superposent, on peut prévoir l'allure de la courbe résultante : les courbes B, B′, B″ ont été tracées dans l'hypothèse de deux réactions inégalement rapides, affectées de changements de longueur de sens opposés.

Or, dans le revenu des austénites hypereutectoïdes, l'expérience donne (*fig.* 2) des courbes *abc*, *a′b′c′* de même allure que les courbes B ; il y a

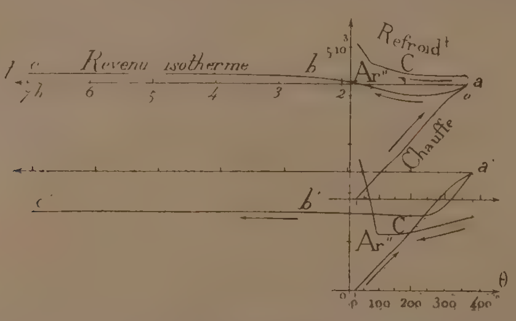


Fig. 2. — Courbes « dilatation-température » et « dilatation-temps » enregistrées au cours du revenu d'un acier à 1,5 % C et 2 % Cr hypertrempé.

donc deux réactions simultanées. Ces deux réactions ne sont autres que I et II, car la première est prouvée par l'apparition de l'anomalie C de la cémentite sur la courbe de refroidissement, et la seconde, c'est-à-dire la formation de la phase α, par une réduction de la dilatabilité après revenu.

On arrive ainsi à une interprétation simple et contrôlée des phénomènes complexes du revenu des austénites, en ne faisant appel qu'à des réactions déduites du diagramme d'équilibre.

---

(1) A. Portevin et P. Chevenard, *A dilatometric study of the transformations and thermal treatment of light alloys of aluminium* (*Journ. Inst. Metals*, 30, 1923, p. 329). — P. Chevenard, A. Portevin et X. Waché, *Dilatometric study of some univariant two-phase reactions* (*Journ. Inst. Metals*, 42, 1929, p. 337).

COLLOÏDES. — *Étude microphotométrique des anneaux de Liesegang.* Note [1] de Mlle **Suzanne. Veil**, présentée par M. G. Urbain.

Dans la présente étude, nous avons appliqué la méthode microphotométrique aux phénomènes périodiques découverts par Liesegang [2], concernant la précipitation au ralenti de certaines substances au sein de la gélatine.

De la gélatine, imprégnée de bichromate de potassium, a été coulée sur une plaque de verre. Après un temps convenable, une goutte de nitrate d'argent a été déposée sur la préparation.

Après dessiccation complète, l'examen microscopique de la plaque a révélé des anneaux sombres successifs, déjà très perceptibles à l'œil nu. Dans les régions intermédiaires, en particulier dans les plus lointaines, on discerne des anneaux secondaires relativement clairs, et répartis, en première approximation, de manière assez uniforme.

La plaque a été étudiée, en outre, au moyen du microphotomètre

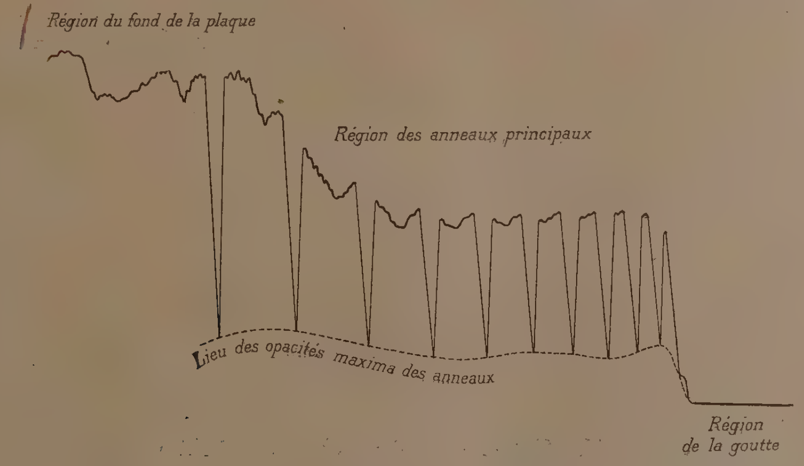


Fig. 1. — Précipitation du bichromate de potassium par le nitrate d'argent au sein de la gélatine. Enregistrement microphotométrique des anneaux de Liesegang.

Lambert et Chalonge, à cellule photo-électrique. Sur l'enregistrement photographique (*fig.* 1), les parties les plus sombres des anneaux princi-

(1) Séance du 6 octobre 1930.

(2) *Phot. Archiv*, 1896, p. 221; *Z. physik. Chem.*, 88, 1914, p. 1.

paux fournissent des angles vifs. Le premier anneau, à peine détaché de la goutte elle-même, est en quelque sorte atrophié, et le microphotomètre ne le trahit que par une encoche. D'autre part, sur les traits se rapportant aux parties claires de la plaque, on distingue des dentelures signalant les anneaux secondaires. Le microphotomètre révèle des anneaux secondaires que le microscope n'avait pas permis de déceler dans les régions claires voisines de la goutte.

Comme on le voit d'après le courant photo-électrique qu'elle détermine, l'opacité des anneaux principaux, dont le lieu est tracé en pointillé, varie relativement peu. Toujours inférieure à celle de la goutte elle-même, elle subit, à partir du premier anneau régulièrement formé, une série d'oscillations de plus en plus étalées, comme le montre la figure 1.

Du point de vue distribution, les anneaux principaux s'écartent à mesure qu'ils s'éloignent de la goutte. Ils se succèdent suivant une loi simple. Les racines carrées de leurs distances mutuelles sont en progression arithmé-

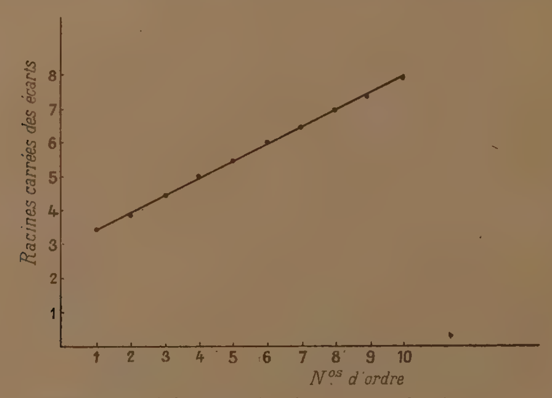


Fig. 2. — Loi de succession des anneaux de Liesegang.

tique, comme le montre le graphique (*fig.* 2), où l'on a porté en abscisses les numéros d'ordre des anneaux et en ordonnées les racines carrées des distances mutuelles : la courbe obtenue est une ligne droite. En d'autres termes, la variation de l'écart entre anneaux successifs, en fonction du numéro d'ordre, se traduit graphiquement par un arc de parabole.

Lorsqu'au bichromate de potassium, on substitue le chromate du même métal, les anneaux de Liesegang deviennent plus nombreux et plus fins. Le chromate d'argent ne précipite donc pas suivant la même cinétique selon qu'il provient de l'un ou de l'autre des deux sels.

COLLOÏDES. — *Sur la floculation des sols d'hydrate ferrique par divers électrolytes et la loi de Schultze-Hardy*. Note de MM. **Augustin Boutaric** et **Jean Bouchard**, présentée par M. C. Matignon.

I. Dans la floculation d'un colloïde par un électrolyte, l'ion actif est celui qui possède une charge électrique de signe contraire à celle du granule colloïdal. On admet assez généralement, depuis Schultze et Hardy, que l'activité de l'ion croît beaucoup avec sa valence. La loi de Schultze-Hardy a été vérifiée approximativement sur les colloïdes négatifs et notamment sur l'hydrosol de sulfure d'arsenic, mais peu d'expériences d'ensemble ont été faites sur les colloïdes positifs.

A la suite de recherches sur la floculation de l'hydrosol d'hydrate ferrique par des sels alcalins des anions

SO^{4--}, $C^6H^5O^{7\equiv}$, $CrO^{4=}$, $CO^{3=}$, $PO^{4\equiv}$, OH^-, $Fe(CN)^{6\equiv}$, $Ag(CN)^{2-}$, NO^{3-},

Jacques Duclaux ([1]) a constaté que les pouvoirs floculants rapportés à une valence-gramme étaient extrêmement voisins pour les divers anions sauf pour les deux derniers, ce qui pouvait conduire à attribuer la floculation à une réaction chimique entre l'électrolyte floculant et l'électrolyte toujours présent dans la micelle.

II. Nous nous sommes proposé de reprendre ces expériences en utilisant comme électrolytes floculants un nombre aussi grand que possible de sels constitués par des anions de natures très variées, associés à un cation alcalin (le plus souvent K^+) afin d'éliminer l'influence possible de l'ion inactif.

L'hydrosol utilisé, préparé par hydrolyse à chaud d'une solution de Fe^2Cl^6, avait une concentration en Fe^2O^3 de $1^g,28$ par litre. Nous avons déterminé la dose floculante, suivant la méthode mise au point antérieurement par l'un de nous ([2]), en mesurant les durées de floculation pour diverses concentrations d'électrolyte et relevant sur la courbe représentative des résultats la valeur de la concentration pour laquelle la durée de floculation est infinie.

Le tableau suivant, qui résume les mesures faites, donne la concentration *c* en valences-grammes par litre d'un mélange à volumes égaux de

---

([1]) J. Duclaux, *Journal de Chimie physique*, 5, 1907, p. 36.

([2]) A. Boutaric et M. Villaume, *Comptes rendus*, 172, 1921, p. 1293.

l'hydrosol et de la solution électrolytique correspondant à la limite de floculation.

Électrolytes I.	c.	Électrolytes I.	c.
KCl	$80\ .10^{-3}\,V$	KF	$1,24.10^{-3}\,V$
KI	$77,8.10^{-3}\,V$	KOH	$0,36.10^{-3}\,V$
KBr	$73,6.10^{-3}\,V$	KCN	$0,35.10^{-3}\,V$
KNO^{3}	$73,6.10^{-3}\,V$	$Na^{2}S^{2}O^{3}$	$0,75.10^{-3}\,V$
$KClO^{3}$	$72,8.10^{-3}\,V$	$NaHSO^{2}$	$0,72.10^{-3}\,V$
$KClO^{4}$	$72,8.10^{-3}\,V$	$K^{2}CO^{3}$	$0,36.10^{-3}\,V$
$KCNS$	$24,8.10^{-3}\,V$	$K^{2}SO^{4}$	$0,36.10^{-3}\,V$
$KMnO^{4}$	$6\ .10^{-3}\,V$	$K^{2}CrO^{4}$	$0,35.10^{-3}\,V$
$KCH^{3}CO^{2}$	$6\ .10^{-3}\,V$	$K^{3}PO^{4}$	$0,36.10^{-3}\,V$
$KH^{2}PO^{2}$	$5,8.10^{-3}\,V$	$K^{3}C^{6}H^{5}O^{7}$	$0,34.10^{-3}\,V$

III. Ces résultats établissent que la floculation ne saurait être considérée comme une réaction chimique entre l'électrolyte introduit et l'électrolyte toujours présent dans la micelle, dont il constitue ce qu'on appelle souvent la partie active. Si les valeurs relatives aux ions :

$$SO^{4=},\quad C^{6}H^{5}O^{7\equiv},\quad CrO^{4=},\quad CO^{3=},\quad PO^{4\equiv},\quad OH^{-},\quad Fe(CN)^{6\equiv},$$

sur lesquels avait opéré principalement J. Duclaux pouvaient conduire à une telle interprétation, ceux que fournissent les autres anions lui sont nettement défavorables.

Nos résultats ne s'accordent pas davantage avec la règle de Schultze-Hardy, d'après laquelle le pouvoir floculant d'un électrolyte serait à peu près entièrement déterminé par la valence de l'ion actif. Sans doute obtient-on des nombres très voisins pour exprimer le pouvoir floculant d'un certain nombre d'ions monovalents :

$$Cl^{-},\quad Br^{-},\quad I^{-},\quad NO^{3-},\quad ClO^{3-},\quad ClO^{4-},$$

mais les valeurs sont nettement discordantes avec CNS^{-}, et surtout avec

$$MnO^{4-},\quad CH^{3}CO^{2-},\quad PO^{2}H^{2-},\quad F^{-},\quad OH^{-},\quad CN^{-}.$$

Si la floculation peut être considérée comme due à la fixation par le granule d'ions de signe contraire à sa charge en nombre suffisant pour neutraliser cette charge; il semble que le pouvoir floculant d'un ion puisse dépendre de la facilité avec laquelle il est adsorbé par le granule. On sait peu de choses sur les lois relatives à l'adsorption. Il semble cependant que, toutes autres choses égales, les adsorptions croissent généralement avec la

complexité structurale du corps adsorbé. Effectivement, les nombres du tableau précédent montrent que, dans un certain nombre de cas tout au moins, le pouvoir floculant croît, à valence égale, avec la complexité de l'ion actif. C'est ce que confirme encore plus nettement l'expérience faite en prenant comme électrolyte floculant le jaune naphtol, sel de potassium d'un acide monovalent de poids moléculaire très élevé et de grande complexité, qui détermine la floculation pour une concentration de l'anion égale seulement à $0,04.10^{-3}$ valence-gramme par litre.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur le cobalticarbonate cobaltique.* Note de M. **Clément Duval**, présentée par M. Georges Urbain.

Divers expérimentateurs : Field, Durrant, André Job, Barbieri, Paul Job (1) ont montré qu'un sel cobalteux soumis à l'action d'un bicarbonate alcalin et de l'eau oxygénée donne une liqueur verte très instable. Son constituant n'était pas isolé. Cette solution est en effet altérée par la lumière et par la soude. Ces deux facteurs étant éliminés, j'ai pu obtenir, à l'état de pureté, le *cobalticarbonate cobaltique* $[Co(CO^3)^3]Co$ et l'étudier.

Dans l'obscurité complète, une solution aqueuse saturée de 5^g de chlorure cobalteux hexahydraté est traitée par une solution également saturée de 8^g de bicarbonate de *sodium*, puis par 50^{cm^3} d'eau oxygénée à 100^{vol}. Une minute après, l'effervescence étant à peine calmée, on verse lentement, tout en agitant, 100^g d'une solution aqueuse de glycérine de densité 1,262, destinée à enlever la soude. Le précipité formé au bout de quelques heures n'est pas gélatineux. Il est filtré et soigneusement lavé à l'alcool absolu. A partir de ce moment, on peut l'exposer à la lumière. J'en conserve ainsi, depuis trois ans, un échantillon, sans altération, dans un flacon bouché.

Le corps formé est une poudre vert olive, insoluble dans l'alcool absolu et dans l'eau pure qui produit rapidement sa décomposition ; soluble dans les bicarbonates alcalins. Le cobalt y a été dosé par électrolyse et le gaz carbonique par la méthode de Frésenius.

	Calculé.	Trouvé.
Co	39,6	39,7
CO^2	44,29	42,98

(1) Field, *Journ. Chem. Soc.*, 14, 1862, p. 48. — Durrant, *ibid.*, *Proc.*, 2, 1896, p. 96. — André Job, *Thèse*, Paris, 1899, et *Ann. Phys. Chim.*, 20, 1900, p. 205. — Barbieri, *Atti Accad. Lincei*, 7, 1928, p. 747. — Paul Job, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 186.

Ce corps libère un poids d'iode montrant que tout le cobalt est bien à l'état trivalent (cobalt pour 100, 39,2). André Job est arrivé au même résultat par l'emploi du pyrophosphate ferreux. Les chiffres d'analyse nous conduisent alors à deux formules : d'abord à celle d'un *carbonate cobaltique* $(CO^3)^3Co^2$, d'autre part, à celle du *cobalticarbonate cobaltique* $[Co(CO^3)^3]Co$, à laquelle nous nous arrêtons pour diverses raisons.

1° La liqueur verte, au lieu d'être traitée par la glycérine, donne avec les chlorures de cobaltihexammine, de cobalti-éthylène diamine, de cobaltichloropentammine, des précipités verts, stables, insolubles, caractéristiques des cobaltisels. Leur analyse conduit aux formules respectives :

$$[Co(CO^3)^3][Co(NH^3)^6];\quad [Co(CO^3)^3][CoEn^3];\quad [Co(CO^3)^3]^2[CoCl(NH^3)^5]^3.$$

2° On passe facilement du cobalticarbonate à d'autres cobaltisels, en particulier, au cobalti-acétylacétonate, vert noir, isolé jadis par Urbain et Debierne (¹).

3° Une expérience d'électrophorèse réalisée avec la liqueur verte montre la production d'un anion vert renfermant du cobalt. La priorité de ces deux dernières expériences revient toutefois à Barbieri (*loc. cit.*).

L'oxylithe utilisée à la place de l'eau oxygénée donne un précipité souillé d'hydroxyde cobaltique quelle que soit la rapidité de l'expérience. L'emploi de l'eau de chlore n'est pas, non plus, recommandable.

Un courant d'ozone fournit d'abord la liqueur verte, puis le carbone s'oxyde à son tour. Il se forme un complexe rose, insoluble auquel nous attribuons la formule d'un *cobaltipercarbonate* $[CoCO^4]Na$, en accord, d'ailleurs, avec la théorie de Magnus qui prévoit l'existence d'un percarbonate quadrivalent stable.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'oxydation de l'aldéhyde benzoïque.* Note (²) de M. E. RAYMOND, présentée par M. G. Urbain.

L'oxydation de la benzaldéhyde à l'air est un phénomène connu depuis longtemps, mais ce n'est que tout récemment (³) que l'on a pu montrer de

(¹) URBAIN et DEBIERNE, *Comptes rendus*, 129, 1899, p. 304.

(²) Séance du 6 octobre 1930.

(³) JORISSEN et VAN DER BEEK, *Recueil des Travaux chimiques Pays-Bas*, 45, 1926, p. 245, et 47, 1928, p. 286.

manière certaine que l'acide perbenzoïque est le produit intermédiaire de cette oxydation, dont la cinétique reste encore assez obscure malgré les travaux de Reiff (¹), Brunner (²) et Bäckström (³).

Ce dernier a prouvé cependant qu'il s'agit là d'une réaction par chaîne, mais ses conclusions ne peuvent être acceptées complètement, sans doute parce que l'aldéhyde qu'il a utilisée n'était pas suffisamment pure, ce qui est extrêmement important, car de faibles quantités de nombreux composés chimiques peuvent modifier énormément la vitesse d'oxydation : des traces d'acides ou de bases fortes, et même d'eau, la ralentissent beaucoup, tandis que des traces infimes de sels métalliques peuvent l'accélérer énormément (il suffit de moins d'un gramme de manganèse à l'état dissous pour entraîner l'oxydation sensible de 25 tonnes d'aldéhyde).

J'ai pu préparer une aldéhyde très pure en passant dans des conditions particulières par son dérivé bisulfitique et la séchant ensuite, d'abord par refroidissement, puis sur du pentoxyde de phosphore dont on la sépare par distillation dans le vide.

Placée dans un tube de quartz et agitée à l'obscurité, dans une atmosphère d'oxygène, cette aldéhyde *ne s'oxyde pas*. Elle s'oxyde au contraire énergiquement, dans ces conditions, lorsqu'on l'éclaire ou si on l'additionne de traces de sels métalliques peroxydables.

Par contre, chauffée dans le vide ou exposée longtemps à la lumière, elle devient de moins en moins oxydable, par suite de la formation de stilbène, qui entrave son oxydation (antioxygène).

J'ai étudié quantitativement l'oxydation de l'aldéhyde pure, à la lumière, en utilisant le dispositif suivant :

L'aldéhyde est placée dans un large tube de quartz, bien sec, portant un robinet latéral et un long col étroit, fixé à un serpentin de cuivre, par où arrive l'oxygène, contenu dans une burette de Bunte. L'ampoule à réaction placée dans un bain à température constante, à 20^{cm} d'une lampe de 1000 watts, est animée d'un mouvement alternatif par un dispositif spécial d'agitation.

Dans ces conditions la vitesse d'oxydation d'une même masse d'aldéhyde décroît constamment au cours de la réaction. La courbe représentant la vitesse en fonction du temps est sensiblement une hyperbole équila-

---

(¹) *American Chemical Society*, 48, 1926, p. 2893.
(²) *Helvetica Chimica Acta*, 10, 1927, p. 707.
(³) *American Chemical Society*, 49, 1927, p. 1.

tère $\sqrt[3]{t}.dv/dt = K$, K étant égal à 4 par centimètre cube d'aldéhyde, le temps exprimé en minutes.

Une telle décroissance du taux d'oxydation est due à la formation de faibles quantités de stilbène, et surtout à l'acide perbenzoïque qui s'accumule dans l'aldéhyde. J'ai pu le vérifier, en ajoutant à l'aldéhyde de l'acide perbenzoïque pur ou en détruisant par chauffage celui déjà formé : la réaction reprend ensuite sa vitesse initiale d'oxydation.

La propriété antioxygène du stilbène est commune à tous les composés éthyléniques : j'ai vérifié sur les composés suivants : styrolène, squalène, alcool allylique, acide oléique, fumarate, maléate et cinnamate d'éthyle, que c'est là une propriété de la double liaison.

J'ai comparé les propriétés antioxygènes de ces substances à celles des corps : hydroquinone, phénol, cyclohexanol, alcool propylique, et constaté que, toutes choses égales, les vitesses initiales d'oxydation s'expriment en fonction de la concentration c en antioxygène par l'équation

$$\text{Vitesse moyenne} = \frac{1}{e^{kc}}.$$

Cette loi statistique de désactivation des molécules activées par la substance antioxygène a été du reste prévue théoriquement (F. Perrin, *Comptes rendus*, 178, 1924, p. 1978).

Les sels métalliques : cuivre, argent, nickel, cobalt et surtout manganèse, catalysent énergiquement l'oxydation de l'aldéhyde. Celle-ci est extrêmement sensible à l'action des sels de manganèse, puisque 10^{-6} pour 100 de ce métal déclenche déjà son oxydation à l'obscurité.

Le mécanisme de cette catalyse résulte immédiatement des deux observations suivantes :

La vitesse d'oxydation, pour une masse donnée de catalyseur, est proportionnelle à la conductivité de la solution.

L'acide perbenzoïque transforme instantanément ces catalyseurs en persels, qui oxydent immédiatement l'aldéhyde ou les corps en présence.

A l'obscurité, l'oxydation de l'aldéhyde est donc déclenchée par les ions métalliques de la solution, tandis que la disparition plus rapide de l'acide perbenzoïque permet à la vitesse d'oxydation de se maintenir constamment à un taux plus élevé.

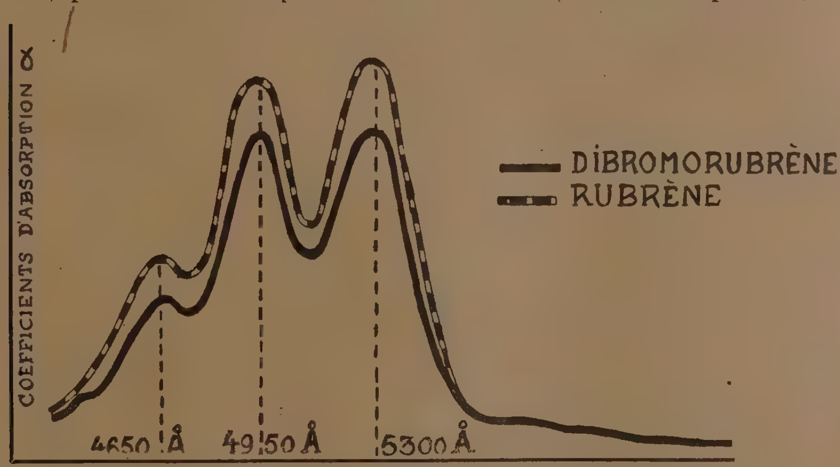
A la température ordinaire les chocs ioniques (choc d'une molécule sur un ion) peuvent donc activer les molécules d'aldéhyde, ce que les chocs moléculaires (chocs dus à l'agitation thermique) étaient incapables d'obtenir.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Recherches sur les oxydes organiques dissociables. Sur un rubrène dibromé.* Note de MM. **Charles Dufraisse** et **Nicolas Drisch**, présentée par M. Delépine.

En vue d'obtenir un dérivé bromé du rubrène, nous avons préparé un diphénylphényléthinylcarbinol bromé. D'après les données de Willemart [1], la place des substituants carbonés qui paraît la plus favorable à la formation des rubrènes se trouve sur le noyau contigu à la fonction acétylénique : c'est la position que nous avons adoptée pour le brome dans cette première étude. Le carbinol était donc le diphénylparabromophényléthinylcarbinol

$$(C^6H^5)^2C(OH)-C\equiv C-C^6H^4Br(1-4).$$

Le rubrène dibromé, $C^{42}H^{26}Br^2$, a été obtenu suivant notre technique habituelle [2], à quelques variantes près. C'est une belle matière rouge rubis, présentant deux points de fusion nets (au bloc Maquenne), l'un



Spectres d'absorption du rubrène et du dibromorubrène.

à 195°, avec perte de solvant (benzène), l'autre à 310° : un chauffage sous vide à 150° donne un produit exempt de solvant, dont la fusion a lieu d'emblée à 310°.

---

(1) A. Willemart, *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 385.

(2) Ch. Moureu, Ch. Dufraisse et P. Lotte, *Bul. Soc. chim.*, 4e série, 47, 1930, p. 216.

Mises à part quelques propriétés physiques, le dibromorubrène a les plus grandes analogies avec l'hydrocarbure simple, le rubrène : mêmes teintes des corps solides et de leurs solutions, mêmes spectres d'absorption (voir la figure), mêmes fluorescences, etc. Mais l'analogie la plus importante réside dans l'oxydabilité réversible que l'on retrouve chez le nouveau corps avec les particularités antérieurement décrites [1].

Si l'on irradie en présence d'air une solution de dibromorubrène, on observe une décoloration rapide et l'on recueille un oxydibromorubrène, $C^{42}H^{26}Br^{2}O^{2}$, dissociable comme l'oxyrubrène.

Voici, à titre d'exemple, les résultats d'une dissociation ayant porté sur $0^{g},7016$ de matière :

Volume du gaz dégagé $15^{cm^3},75$, solvant recueilli $0^{g},035$, résidu $0^{g},6431$.

Analyse du gaz.

	cm³
Volume à 15° lu sur mercure	15,75
Volume à 15° après addition d'eau	15,90
Volume après addition de potasse	15,15
Volume après addition d'hydrosulfite	0,04

Le gaz recueilli par chauffage de l'oxydibromorubrène était donc formé d'oxygène dans la proportion de 95,2 pour 100, le reste étant presque exclusivement de l'anhydride carbonique.

L'oxygène libéré par dissociation, soit $0^{g},0204$, représente ainsi 69,2 pour 100 de la quantité théoriquement attendue si la réaction avait été intégrale.

On a vérifié que le résidu solide était bien formé surtout du dibromorubrène régénéré par la dissociation.

L'introduction de deux atomes de brome dans la molécule du rubrène n'apporte donc aucune perturbation appréciable à sa propriété fondamentale, l'oxydabilité réversible.

---

(1) Publications diverses de Ch. Moureu, Ch. Dufraisse et leurs Collaborateurs.

GÉOLOGIE. — *Sur la stratigraphie de la zone internationale de Tanger.* Note de M. **Jacques Bourcart.**

Les recherches que j'ai entreprises depuis cinq années dans le R'arb septentrional et les Djebalas m'ont amené à y distinguer trois unités : l'*autochtone* où l'on connaît du Paléozoïque, du Trias germanique et probablement du Rhétien, du Lias marneux et de l'Éocrétacé directement surmonté du Miocène moyen ; la *zone du Sébou* caractérisée par un énorme développement de l'Éocène moyen et de l'Oligocène, avec à la base un peu de Lias calcaire et peut-être de Crétacé supérieur ; le Lutétien s'y trouve sous forme de marnes blanches, l'Oligocène de grès et de calcaires marins ; la *zone des Andjéras* essentiellement constituée par de l'Éocrétacé reposant directement, ou par l'intermédiaire de Tithonique, sur le Toarcien calcaire et surmonté, sans trace d'Éocène moyen, par des grès continentaux analogues à l'*Arenisca del Aljibe*.

J'ai montré récemment [1] que la zone des Andjéras est également *autochtone* et qu'elle est toujours séparée de la zone du Sébou par une importante ligne de discontinuité, jalonnée souvent par du Trias et du Paléozoïque.

Cette ligne de contact anormal se poursuivant le long du bord occidental des massifs Ahl Sérif-Soumata, Béni Arros et Béni Ider jusqu'à la Cuesta Colorada, il devait s'ensuivre logiquement que *toute* la zone internationale devait être autochtone et appartenir à la zone des Andjéras. J'ai donc été amené à reprendre l'étude que j'en avais faite en 1926.

A cette époque, j'avais admis que les marnes vertes, quelquefois bitumeuses et d'aspect talqueux entre les lamelles de délit qui, extrêmement plissées et écrasées, supportent l'Oligocène du Djebel Kébir, étaient l'équivalent des marnes bleues miocènes du R'arb. La découverte par M. P. Russo de nouveaux pointements sénoniens et surtout d'une série marno-calcaire à silex à la base de ces marnes au Dj. Dar Thiro, une précieuse indication de M. P. Fallot de l'existence de fossiles crétacés dans les marnes de la colline du Charf étaient contraires à cette conception. Les résultats que j'ai obtenus cette année m'amènent aussi à une stratigraphie plus classique.

---

(1) Jacques Bourcart, *L'Éocrétacé du R'arb et des Djebalas* (*Comptes rendus somm. Soc. Géologique de France*, 30, vii, 7 avril 1930, p. 56).

A la base de la série tangéroise, à l'exception d'un pointement isolé de barytine minéralisée, peut-être triasique, on trouve les grands récifs à *Ostrea syphax* qui affleurent de Souani à Hararîn. Les termes supérieurs sont surtout visibles sur la route de Cuesta Colorada à Rgaia : ce sont des marnes blanches à silex, très semblables à celles du Lutétien, mais reposant à la base sur un banc de calcaires bleus (cénomaniens?) à grandes Huîtres. Elles sont surmontées par des calcaires lités, crayeux, blancs, gris clair, crème qui, à la partie supérieure, s'intercalent de marnes violettes, noires ou vertes et quelquefois de lits de lignite (Sénonien). Le dernier horizon calcaire passe insensiblement aux marnes vertes qui constituent, à l'exception des montagnes, la presque totalité de la zone. Sur ce Crétacé repose, dans les Andjéras, sans que très souvent il soit possible d'observer la moindre discordance, une série de grès verts, de calcaires à silex, de brèches analogues au *granito*, de calcaires en plaquettes séparées par des marnes rouges ou vertes, qui représente le Priabonien. Le plus souvent, ce terme manque à la base des collines de Tanger.

Il est recouvert par des argiles vertes et violettes, quelquefois noires. Celles-ci sont souvent coupées de bancs de grès à arénicoles, de grès blancs ou d'arkoses reproduisant déjà le facies de l'*Arenisca del Aljibe*. Une énorme lentille de grès arkosiques fossilifères se développe au phare de Malabata. Le sommet de la série est constitué par l'*Arenisca* souvent très puissante (Aquitanien ou Oligocène supérieur).

Au-dessus de ce niveau, on ne trouve que les grès plissés probablement sahéliens du Charf-el-Agab, les sables astiens et le Quaternaire meulier des Grottes d'Hercule.

Je ne crois plus que des marnes bleues miocènes existent dans la zone; les formations de ce type de l'Oued Mor'ora ou du Mharar sont probablement quaternaires.

Il n'y a donc, dans la série tangéroise, aucune superposition anormale, comme je le croyais en 1926. Mais, alors qu'elle est complète, et presque concordante, au col du Fondak ou à Malabata, dans la zone internationale les lacunes sont très nombreuses, particulièrement au niveau du Priabonien et les termes inférieurs du Crétacé n'apparaissent souvent qu'en jointements isolés. Jusqu'au Priabonien, toutes les couches sont incroyablement chiffonnées, contrastant avec l'allure beaucoup plus calme de l'Oligocène dont la partie gréseuse supérieure montre surtout des plis de couverture, des fractures et beaucoup de faux pendages dus à la descente des argiles.

Il est donc probable qu'il existe une zone de décollement au niveau du Priabonien.

Si la région a certainement été plissée dès la fin de l'Oligocène, le seul aspect des grès du Charf-el-Agab montre que d'importants mouvements se sont aussi produits à la fin du Miocène.

VULCANOLOGIE. — *Sur l'éruption actuelle de la Montagne Pelée.* Note de M. **H. Arsandaux**.

L'étude des bulletins concernant la Montagne Pelée, dans la publication mensuelle de l'Observatoire de la Martinique dirigé par M. Boutin, la correspondance que j'ai échangée avec ce savant, ainsi que les nombreuses photographies qu'il a bien voulu me communiquer, permettant de résumer brièvement les manifestations d'activité du volcan, au cours des mois qui se sont écoulés depuis mon départ de la Martinique (13 février 1930), celles antérieures à cette date ayant fait l'objet d'une précédente Communication (1).

De cette Communication, je rappellerai au préalable, qu'à mon départ de l'Ile, la troisième phase d'activité du volcan était encore en cours; jusque-là, elle avait été caractérisée par un évidement du dôme de 1902, la production de nuées ardentes, enfin par dés émissions de lave localisées dans le dôme.

L'évidement du dôme de 1902 avait été accompagné de l'individualisation partielle de la partie centrale de celui-ci, se manifestant sous la forme d'une sorte d'énorme piton rocheux se détachant dans l'axe d'une vaste échancrure ouverte vers le Sud, qui s'était développée dans le dôme, sur toute sa hauteur, et par laqnelle s'effectuait l'évidement en question.

Pour la compréhension de ce qui suivra, concernant ce piton rocheux, j'ajouterai que dès la dernière semaine de décembre 1929, l'ancien dôme s'était déjà modifié de telle façon qu'on aurait cru qu'il s'y était pratiqué un cratère (figuré par l'échancrure), dans le fond duquel un dôme récent se serait érigé (figuré par le piton rocheux), ainsi que le dôme de 1902 s'était édifié sur le fond de l'ancien cratère de l'Étang sec.

Depuis le 13 février, la troisième phase d'activité du cycle éruptif actuel s'est poursuivie; toutefois, à dater à peu près de cette même époque, on a constaté qu'en moyenne, les émissions de nuées ardentes et autres poussées cendreuses, s'espaçaient de plus en plus, en même temps que leur intensité

(1) *Sur l'éruption actuelle de la Montagne Pelée* (*Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 76).

tendait à s'atténuer progressivement. Cependant il se produisit quelques recrudescences d'activité de loin en loin, celle du 2 juin dernier en particulier, au cours de laquelle on a vu durant deux heures s'écouler par le lit de la rivière Blanche, jusqu'à mi-chemin de la mer, une succession presque ininterrompue de nuées à faible pouvoir d'expansion [1].

Corrélativement, les fumerolles sont devenues moins nombreuses; celles, en particulier, existant à l'Est, entre le piton central et l'échancrure, ont à peu près disparu, le débit des autres ayant diminué et étant devenu plus irrégulier qu'auparavant.

Quant aux émissions de lave, elles ont été assez fréquentes, au moins jusqu'à la fin d'août. Il paraît à peu près établi que, depuis l'apparition du nouveau magma, il a toujours existé une certaine alternance entre les périodes de production de lave, et les périodes d'émission de nuées ardentes et autres poussées cendreuses, l'observation de l'une de ces catégories de phénomènes étant jusqu'à un certain point annonciatrice de l'autre.

Au cours de ces derniers mois, ces venues magmatiques ont constitué des apports visibles notables, localisés principalement dans la partie supérieure du piton central qui s'en est trouvée très sensiblement accrue; l'altitude de son sommet atteignit et maintenant dépasse celle de nombreux points de la crête terminale de l'échancrure qui, d'une façon générale, le surmontait antérieurement.

D'autre part, des éboulements incessants se produisant dans ces matières une fois consolidées ont contribué non seulement, comme par le passé, à alimenter le grand talus d'éboulis de la rivière Blanche, mais encore à combler presque complètement les deux profonds sillons existant de part et d'autre du piton central, ces couloirs d'avalanches rocheuses par lesquels s'écoulèrent pendant longtemps les nuées [2].

Du fait de ces modifications, l'échancrure est actuellement presque entièrement remblayée, et le piton central ne présente plus guère d'individualité; pour un esprit non prévenu, il semblerait que le dôme de 1902 ainsi presque reconstitué, en apparence, n'a pas subi de modifications considé-

---

(1) Le bulletin de l'Observatoire signale encore le 11 août l'émission d'une nuée assez importante.

(2) Du côté sud-est, ce comblement est même réalisé, et depuis la seconde semaine d'août, on peut voir les éboulements dans cette orientation poursuivre directement leur cheminement du flanc de l'ancien piton central sur celui du dôme de 1902, pour aboutir finalement au fond de la *rainure*.

rables, si l'énorme talus d'éboulis, s'étendant du sommet de l'ancien piton central jusqu'à la mer, ne modifiait profondément son faciès du début de l'éruption actuelle.

Il est vraisemblable que ce qui peut subsister actuellement du dôme de 1902, dans l'ancien piton central, est très subordonné en importance aux apports de la présente éruption, qui l'ont pénétré et débordé de toutes parts; à certains égards, on peut donc considérer que cette masse centrale est un dôme secondaire relativement à celui de la précédente éruption.

Toutefois, si l'on croit pouvoir assimiler cette masse rocheuse à un dôme, il ne faut pas perdre de vue que son mode de génération ne semble pas être entièrement comparable à celui du dôme préexistant; en outre, il ne s'est certainement pas édifié, ainsi que ce dernier, sur le fond d'un cratère.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Généralité de la présence d'alcaloïdes chez les Buxacées.* Note (¹) de M. E. **Martin-Sans**, transmise par M. Henri Lecomte.

On sait que des alcaloïdes, Buxine et autres, ont été retirés du *Buxus sempervirens*. D'autre part Van Tieghem (²) chez le *B. balearica*, Solereder (³) chez le *B. sempervirens*, ont décrit des cellules sécrétrices. Dans un travail commun avec M. Ch. Pouchet (⁴), nous avons établi que ces cellules sécrétrices sont en fait des cellules à alcaloïdes, d'autres cellules que les précédentes en renfermant d'ailleurs également. La présence de ces principes s'étend aux autres espèces de Buis jusqu'ici étudiées.

J'ai recherché, par voie microchimique, si les Buxacées autres que les *Buxus* produisent comme eux des alcaloïdes. J'ai appliqué la méthode d'Errera, confirmée au besoin par d'autres réactions générales des alcaloïdes, à neuf espèces de Buxacées : *Simmondsia californica*, *Pachysandra terminalis* et *axillaris*, *Sarcococca pruniformis*, *Hookeriana*, *ruscifolia* et

(¹) Séance du 6 octobre 1930.

(²) Ph. Van Tieghem, *Sur les Buxacées* (*Annales des Sciences naturelles*, 8ᵉ série : *Botanique*, 5, 1897, p. 315).

(³) H. Solereder, *Systematic Anatomy of the Dicotyledons*, Oxford, 2, 1908, p. 1053.

(⁴) E. Martin-Sans et Ch. Pouchet, *Sur l'appareil sécréteur des* Buxus [*Bulletin de la Société d'Histoire naturelle de Toulouse*, fasc. 3, 1930 (sous presse)].

tonkinensis, *Styloceras laurifolia* et *Kunthianum*, et aussi au *Daphniphyllum macropodium* que l'on a parfois rapproché des Buxacées ([1]).

Le *Simmondsia californica* possède un appareil sécréteur sommairement décrit par Van Tieghem ([2]) : dans la tige, cellules « superposées en files plus ou moins longues, renfermant une substance jaunâtre, finement granuleuse, qui résiste à l'action de la potasse et se colore ensuite par le vert d'iode »; dans la feuille « cellules isolées, sécrétant la même substance que dans l'écorce de la tige ». Dans la feuille de *Simmondsia* que j'ai pu étudier (échantillon d'herbier), j'ai observé près des nervures quelques cellules rouge orangé; mais en outre de nombreuses cellules jaunâtres, grandes et arrondies, formant une gaine autour des cordons libéroligneux et surtout deux nappes de une et plus souvent deux assises de cellules à la face interne des parenchymes chlorophylliens palissadiques supérieur et inférieur (l'espèce est à parenchyme foliaire symétrique). Ce système paraît bien correspondre à celui décrit par Van Tieghem, quoique plus important. Il parait être l'homologue histologique de l'appareil sécréteur du *Buxus balearica;* il en est en tout cas l'homologue fonctionnel, ces cellules à contenu jaunâtre se comportant comme éléments à alcaloïdes. Cette observation est un argument à l'encontre de la proposition de Van Tieghem d'isoler le *Simmondsia* dans une famille spéciale.

J'ai pu encore mettre en évidence l'existence d'alcaloïdes chez les *Pachysandra*, *Sarcococca* et *Styloceras* étudiés; à noter seulement que la réaction a été faible pour l'échantillon de *Pachysandra axillaris;* diffuse, sans localisation nette pour celui de *Sarcococca tonkinensis*.

Ainsi les Buxacées constituent dans leur ensemble un groupe naturel à alcaloïdes, parfois situés dans un appareil sécréteur morphologiquement distinct. De ces alcaloïdes on n'a encore étudié, et incomplètement, que ceux du Buis commun. Des recherches méritent d'être entreprises sur ces bases, pour en déterminer les relations chimiques et rechercher leur intérêt thérapeutique possible.

Pour autant qu'on puisse conclure d'un échantillon prélevé sur un exemplaire mort sur pied, il n'y a pas d'alcaloïdes dans le *Daphniphyllum macropodium*, ce que l'on pourrait considérer comme un argument de plus pour éloigner ce genre des Buxacées.

([1]) Je dois ces échantillons à la parfaite obligeance de MM. les professeurs Lecomte et Bois, du Muséum; Poirault, de la Villa Thuret, à Antibes; et Nicolas, directeur du Jardin Botanique de Toulouse.

([2]) Ph. Van Tieghem, *Op. cit.*, p. 291 et 295.

PARASITOLOGIE. — *Sur les Chytridinées parasites du rein de Molgules : Essai de culture*. Note (¹) de M. **Hervé Harant**, présentée par M. L. Joubin.

Lacaze-Duthiers (1874) a le premier attiré l'attention, sans les interpréter, sur les figures polymorphes d'un parasite du rein des Molgules, que Giard (1888) a rattaché aux Chytridinées, en signalant trois espèces rapportées à trois Molgules différentes de la région de Roscoff.

Mes observations ont porté sur la Chytridinée parasite du rein de *Ctenicella appendiculata* (Heller), Molgule commune en Méditerranée dans les fonds à Microcosmes. J'ai pu noter les divers aspects suivants dans les préparations obtenues par simple dilacération :

1° Certains éléments du parasite sont bacilliformes, soit qu'il s'agisse de filaments allongés et minces ou de corps cylindroïdes plus courts et plus épais;

2° D'autres éléments ont l'allure des Spirochètes immobiles : ce sont ces aspects particuliers qui ont été décrits par Hellmann (1913) comme Spirochètes vrais;

3° D'autres ressemblent à des levures et sont pourvus d'une grosse vacuole qui retient parfaitement le rouge neutre. Ce sont ces formations qui deviennent des zoosporanges, à l'intérieur desquels on peut mettre en évidence, dans les conditions favorables, un grand nombre de zoospores de très petites dimensions;

4° On rencontre aussi des éléments mycéliens ramifiés en Y, en patte d'oiseau, qui portent souvent à leur extrémité des spores de résistance, que rien n'autorise à assimiler aux zygospores de Giard.

Au début du mois de septembre, je n'ai jamais rencontré de spores flagellées dans mes préparations, où prédominaient les éléments bacilliformes et spirochétoïdes. Vers la fin du mois, ces derniers éléments étaient rares et faisaient place à des aspects de mycélium ramifié et à des zoosporanges émettant des zoospores. Les zoospores libérées ne sont pas exactement sphériques : elles semblent ovoïdes avec une légère dépression latérale, qui, dans certaines conditions de visibilité, les fait paraître réniformes; elles sont pourvues de deux calottes polaires réfringentes et d'une goutte-

(¹) Séance du 6 octobre 1930.

lette « huileuse » plus réfringente encore, au point d'insertion du flagelle qui est apical et très long. Ces zoospores se conjuguent deux à deux, donnent un copula de taille double de celle des gamètes qui s'arrondit, pendant que ses mouvements se ralentissent, et finit par s'immobiliser. C'est elle qui donne en germant les filaments minces. Je pense que la conjugaison des zoospores et la germination de l'œuf en filament mince n'exclut pas la possibilité de germination parthénogénétique de l'un ou de l'autre gamète.

J'ai essayé de cultiver la chytridinée de *Ctenicella*, en réalisant empiriquement un milieu riche en purines : macération pendant 2 heures de 250^g de Microcosmes dépourvus de leur tunique, triturés dans 500^g d'eau de mer; ébullition pendant 10 minutes, décantation et incorporation de 10^g de gélose préalablement lavée : après une nouvelle ébullition de 10 minutes, le milieu est réparti dans des tubes et stérilisé à l'autoclave (à 120° pendant 20 minutes). A la température ordinaire, la gelée obtenue est tremblotante, beaucoup moins « résistante » que la gélose ordinaire des bactériologistes, mais suffisamment solide pour être conservée inclinée.

La chytridinée ensemencée dans ce milieu y végète pendant 15 jours, tandis qu'elle périclite en quelques heures dans la gélose nutritive ordinaire. Il faut noter toutefois que la végétation est peu exubérante et consiste surtout en filaments mycéliens ramifiés, porteurs de spores de résistance. Des zoospores ensemencées la veille sont encore vivantes le lendemain (18 heures après), puis périclitent au bout de 22 heures sans qu'on puisse assister, en culture, à la conjugaison et la germination, visibles sur la lame, en goutte d'eau de mer. Toutefois j'ai observé dans une culture vieille de 14 jours des zoosporanges chétifs contenant un petit nombre de zoospores (6 à 8) très actives.

Il serait intéressant de reprendre systématiquement l'étude de toutes les chytridinées des Molgules; provisoirement il semble qu'il ne faille pas souscrire à la notion de spécificité rigoureuse admise par Giard pour ces sortes de parasites. Aussi peut-on incorporer le champignon de la ctenicelle dans la première espèce décrite : *Nephromyces molgularum*.

A 15^{h}45^m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16^{h}15^m.

E. P.